۹۷-۱۱۶

تأثیر عامل کنترل از دیدگاه شونفلد در کاهش خطاهای دانش‌آموزان بر اساس الگوی تحلیل خطای نیومن در مبحث نسبت‌های مثلثاتی

■ وحید عالمیان* ■ قربانعلی محسنی**

چکیده:

هدف این پژوهش بررسی تأثیر عامل کنترل، از دیدگاه شونفلد، در میزان کاهش خطای دانش‌آموزان سال دهم رشتهٔ تجربی در حل مسائل مربوط به مبحث نسبت‌های مثلثاتی بر اساس الگوی تحلیل خطای نیومن، در شهرستان فریدن اصفهان، است. کنترل از نظر شونفلد به معنای نحوهٔ انتخاب و به‌کارگیری منابع و راهبردهای مناسبی است که به حل مسئله کمک می‌کند. الگوی تحلیل خطای نیومن شامل پنج مرحلهٔ سلسله‌مراتبی شامل خواندن، درک‌کردن، تبدیل، مهارت‌های پردازشی، و نوشتاری است. طبق این الگو، لازم است فرد این مراحل را در حل مسئلهٔ ریاضی طی کند و خطا در هریک از این مراحلْ مانعِ رسیدن او به پاسخ مناسب می‌شود.

این پژوهش ازنظرِ هدف، کاربردی و ازنظرِ روش اجرا، شبه‌تجربی بود. جامعهٔ آماری این پژوهش شامل همهٔ دانش‌آموزان پسر سال دهم تجربی در شهرستان فریدن، در سال تحصیلی ۹۶-۹۷، است که تعداد آن‌ها ۶۰ نفر بود. برای تعیین نمونه، در این پژوهش، ۴۸ نفر به روش نمونه‌گیریِ در دسترس به‌عنوان نمونه انتخاب شدند. ابزار گردآوری داده‌ها اجرای دو آزمون در دو مرحلهٔ پیش‌آزمون و پس‌آزمون بود که روایی سؤال‌های آن‌ها با نظر ۱۱ نفر از دبیران باتجربهٔ ریاضی تعیین شد. یافته‌های این پژوهش بر اساس آزمون یو مان-ویتنی تجزیه‌وتحلیل شد و نشان داد که تقویت مهارت کنترل از دیدگاه شونفلد در میان دانش‌آموزان باعث کاهش معناداری در خطای مراحل خواندن، درک‌کردن و تبدیل می‌شـــود؛ اما کاهش معناداری در خطای مراحل پردازش و نوشتاری مشاهده نشد. بیشترین تعداد خطا در پیش‌آزمون مربوط به مراحل درک و تبدیل، و در پس‌آزمون مربوط به مراحل تبدیل و پردازش بود. همچنین این پژوهش نشان داد که اکثر دانش‌آموزان تسلط کافی را در انجام‌دادن محاسبات ریاضی ندارند.

کلید واژه‌ها: **کنترل از دیدگاه شونفلد، نسبت‌های مثلثاتی، الگوی تحلیل خطای نیومن، خطا**

■ تاریخ دریافت مقاله: ۹۹/۴/۳ ■ تاریخ شروع بررسی: ۹۹/۵/۱۱ ■ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۹/۱۱/۳

* استادیار گروه آموزش ریاضی، دانشگاه فرهنگیان، استان تهران. **E-mail:** vahid_alamian@yahoo.com

** دبیر ریاضی آموزش‌وپرورش شهرستان فریدن. **E-mail:**

■ مقدمه

بحث نسبت‌های مثلثاتی از مباحث اصلی در مقطع متوسطهٔ دوم در رشته‌های ریاضی-فیزیک، علوم‌تجربی، و رشته‌های فنی و حرفه‌ای است. تعداد بسیاری از دانش‌آموزان در درک و به‌کارگیری و حل مسائل مربوط به این مبحث با مشکلات بسیاری روبهرو هستند. با توجه به کاربرد و اهمیت این مبحث در مباحث دیگر ازجمله فیزیک، الکتریسیته، رشته‌های مهندسی، هندسه و دیگر مباحث ریاضی، ضعف دانش‌آموزان در مبحث نسبت‌های مثلثاتی از علل مهم عملکرد ضعیف آنان در مطالب درسی وابسته به آن است. ازطرفی، موارد فراوانی مشاهده شد که در آن دانش‌آموزان باوجود درک مطالب درسی و بلدبودن راه‌حلِ مسئله، در کامل‌کردن جوابِ آن با شکست مواجه شده‌اند یا به علل دیگری، چون عدم نظارت و بازنگری راه‌حل مسئله، متوجه خطاهایی نشده‌اند که باعث انحرافِ آن‌ها از مسیر صحیح حل مسئله شده است. اما تکرار و تمرین توصیه‌هایی چون مرور حل مسئله یا دوباره‌خواندن صورت سؤال یا بررسی چند راه‌حل و توصیه‌هایی از این قبیل باعث بهبود عملکرد دانش‌آموزان در فرایند حل مسائل شده است.

«همه را بلد بودم، ولی به جواب نرسیدم.»، «هر کاری کردم به نتیجه‌ای که شما خواستید نرسیدم.»، «حل شد، ولی برای رسیدن به جواب دو صفحه نوشتم.» این‌ها جمله‌هایی است که معمولاً بعد از هر امتحان یا در موقع حل تمرین از دانش‌آموزان می‌شنویم. در بسیاری از مواقع متوجه می‌شویم دانش‌آموز همهٔ اطلاعات لازم را برای حل مسئله داشته و همه را در برگهٔ خود آورده است، اما روش چینش آن‌ها را نمی‌دانسته و نهایتاً به جواب نرسیده یا اینکه مسئله را از راهی بسیار طولانی که نیاز نبوده حل کرده است. براین‌اساس، منشأ اصلی این مشکلات نداشتن مهارتی است که شونفلد[1] آن را «کنترل» می‌نامد (کرمیان، ۱۳۹۴). «کنترل» با روشی مرتبط است که افراد از اطلاعاتِ در دسترسِ خود استفاده می‌کنند، مانندِ اینکه برای حل یک مسئله از چه روشی استفاده کنیم، چه طرح و برنامه‌ای را دنبال کنیم، چه موقع از ادامهٔ راه‌حل منصرف شویم و در آن زمانْ کدام راه‌حل را شروع کنیم. این نوع تصمیم‌گیری‌ها در حلِ مسئلهْ عملی سلسله‌مراتبی و ازپیش‌تعیین‌شده نیست، بلکه بیشتر تصمیم‌گیری‌ها «سرِ صحنه» اتفاق می‌افتد و به موقعیت پیش‌آمده بستگی دارد. در هنگام حل مسئله ممکن است بتوان کارهای موازی بسیاری انجام داد، اما به‌هرحال باید تصمیم گرفت که بهتر است کدام کار انجام شود. مثال‌های بسیاری وجود دارند که نشان می‌دهند کنترل بد چگونه باعث شکست می‌شود و کنترل خوب چطور می‌تواند از انحراف‌های اساسی در حل مسئله جلوگیری کند یا حتی، به‌صورت عاملی مثبت، در به دست آوردن حل مسئله راه‌گشا باشد (غفاری، ۱۳۹۰).

شایان ذکر است شناسایی و کشف خطاهای دانش‌آموزان برای معلمان اهمیت فراوانی دارد، چراکه آن‌ها می‌توانند تا حدودی روش تدریس خود را بر مبنای اشتباهات دانش‌آموزان تعدیل کنند. تشخیص اشتباهات کمک خواهد کرد که بفهمیم چه روشی و کجا در یادگیری دانش‌آموزان مؤثر است

(علم‌الهدایی، ۱۳۸۸).

شناسایی خطاهای دانش‌آموزان در حل مسائل مثلثاتی و تأثیر عامل کنترل در این خطاها، معلمان را برای رفع این مشـــکلات و بهبود آموزش یاری میرساند. روش تحلیل خطای نیومن یکی از روش‌های کاربردی برای تحلیل خطای دانش‌آموزان در روند حل مســـئله اســـت. ازاین‌رو در این مقاله تأثیر مؤلفهٔ کنترل از دیدگاه شونفلد در بهبود یادگیری دانش‌آموزان و کاهش خطاهای آن‌ها بر اساس الگوی نیومن بررسی شده است.

در این پژوهش، با تعیین میزان تأثیر عامل کنترل از دیدگاه شونفلد در شناخت خطاهای دانش‌آموزان در مراحل پنج‌گانهٔ الگوی سلسله‌مراتبی نیومن در مبحث نسبت‌های مثلثاتی کلاس دهم تجربی، در پی آن بودیم که به معلمان در شناخت خطاها و فرایند حل آن کمک کنیم.

■ مبانی نظری

◄ مسئله و حل مسئلهٔ ریاضی

جورج پولیا[۲] در کتاب خلاقیت ریاضی (۱۳۸۸) بر آن اســـت که مســـئله عبارت اســـت از ضرورت جســـتوجوی آگاهانه، وسیلهٔ مناسبی برای رســـیدن به هدفی روشن، ولی در بدو امر غیرقابل‌دسترس و حل مســـئله به معنای پیداکردن این وسیله است. از دیدگاه شورای ملی معلمان ریاضی امریکا و کانادا[۳] (۲۰۰۰) مهم‌ترین هدف آموزش ریاضی این اســـت که تمام دانش‌آموزان یاد بگیرند برای ریاضی ارزش قائل شوند و بدانند که در جریان زندگی و در پرورش ذهن و اندیشه مؤثر است و اهمیت دارد. همچنین تمـــام دانش‌آموزان باید بتوانند ریاضی‌وار اســـتدلال کنند و ارتباط برقرار کننـــد، آن را قدر بدانند تا به قابلیت‌ها و توانایی‌های خود در انجام‌دادن تکالیف ریاضی اعتماد کنند و درنهایت توانایی حل مســـئلهٔ ریاضی را بهدست آورند.

شونفلد (۱۹۸۵) مسئله را فعالیتی می‌داند که دانش‌آموزِ علاقه‌مند درگیرِ آن می‌شود و تلاش می‌کند که راه‌حلی برایش پیدا کند. او همچنین راه‌حل ریاضی در دســـترس و ازقبل‌آماده‌ای ندارد که با آن به هدف برســـد. شونفلد بر این باور اســـت که وقتی می‌خواهید کاری انجام دهید و نحوهٔ انجام‌دادنِ آن را نمی‌دانید با یک مسئله روبه‌رو هستید. نتیجه آنکه مسئلهٔ موقعیتی جدید و ناآشناست که مسئله‌حل‌کنْ نمونه و الگویی از آن در ذهن ندارد و روشِ سریع ارائهٔ راه‌حل آن را نمی‌داند.

مســـئله در خلق اندیشه‌هایِ سازنده مؤثر است زیرا حلِ آن مســـتلزم به‌کارگیری انواع توانایی‌های مســـئله‌حل‌کن است (شـــونفلد، ۱۹۸۵). بنابراین دانش‌آموزان می‌توانند بســـیاری از مفاهیم ریاضی را ازطریق درگیرشدن با فرایند حل مسئله‌هایی یاد بگیرند که متعلق به دنیای واقعی آن‌هاست.

پژوهشگران برای حل مسئله چارچوب‌ها و الگوهای گوناگونی عرضه کرده‌اند. یکی از مهم‌ترین آنها الگویِ حل مسئلهٔ شونفلد است.

◄ چهارچوب حل مسئله از دیدگاه شونفلد

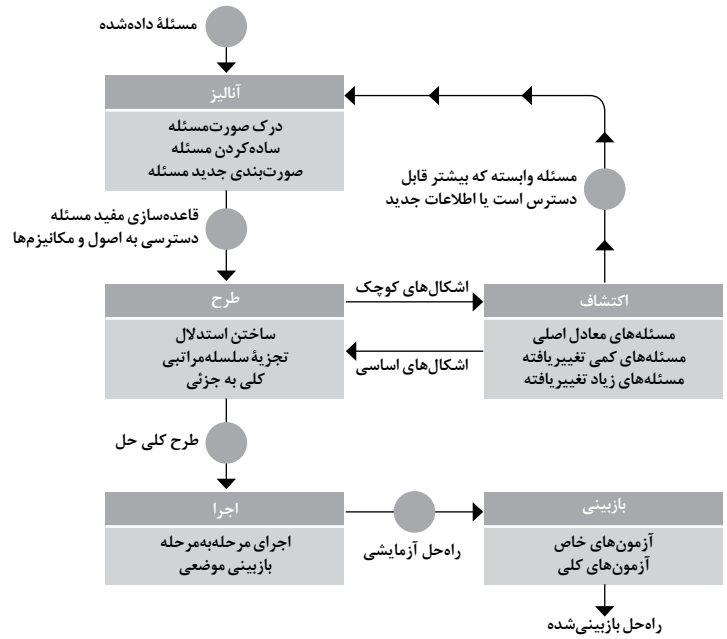
شـــونفلد (۱۹۸۵) معتقد بود که توصیف‌های پولیا از راهبردهای راهگشا برای ریاضیدان‌های خبره واضح است، ولی برای مسئله‌حل‌کنِ تازه‌کار بسیار مناسب نیست. به همین دلیل کتابی به نام حل مسئلهٔ ریاضی[۴] به رشتهٔ تحریر درآورد که در آن، دیدگاه و فن خودش را ارائه داد و به شرح و بسط آن پرداخت. شونفلد (۱۹۸۵) معتقد است که راهبردهای حل مسئله را می‌توان در شرایط خاصی آموزش داد. او معتقد است که حل مسئله با حفظ‌کردن قوانین خاص آموخته نمی‌شود، بلکه ازطریق غوطه‌ورشدن شخص در فرایند حل و توانایی به‌کارگیری درست منابع دانشی حاصل می‌شود. از دیدگاه شونفلد (۱۹۸۵)، عوامل تأثیرگذار در حل مسئلهٔ ریاضی و درواقع چارچوب کلی برای تجزیه‌وتحلیل رفتار مسئله‌حل‌کن از چهار بخش اصلی تشکیل شده است که عبارت‌اند از منابع[۵]، رهیافت‌ها[۶] (راهبردها)، کنترل[۷]، و نظام باورها[۸]. در این مقاله، از میان مراحل حل مسئله در الگوی شونفلد، مرحلهٔ کنترل اهمیت ویژه‌ای دارد. لذا در ادامه به بررسی دقیق‌تر این مرحله می‌پردازیم.

از دیدگاه شونفلد، کنترل تصمیم‌گیری‌های کلی درزمینهٔ انتخاب و به‌کاربستن منابع و راهبردهاست. شونفلد با مطالعهٔ بسط حل مسئله در دانش‌آموزان از عامـــــل حســـــاس و مؤثری در مهـــارت آن‌ها، کـــــه آن را «راهبرد کنترل» نامیده اســـت، آگاه شد. در تجزیه‌وتحلیل شـــونفلد، راهبردهای کنترل با تصمیمات اجرایی ارتباط دارد مانندِ تولید فعالیت‌های متناوب، ارزیابی راه‌حل، ارزیابی آنچه احتمالاً قادر به انجام آن هستید، بررسی رهیافت‌هایی که به کار می‌برید، و ارزیابی آنچه برای بسط راه‌حل می‌سازید (کرمیان،۱۳۹۴).

همان‌طور که شـــونفلد اشـــاره می‌کند، کنترل به معنای انتخاب و به‌کارگیری منابع و راهبردهای مناسبی است که به حل مسئله کمک می‌کند. ازجمله توانایی‌های کنترلی می‌توان به ۱. طرح کلی حل مسئله، ۲. بازنگری و تصمیم‌گیری، و ۳. دانش فراشناختی هوشیارانه اشاره کرد.

تحقیقـــات انجام‌شده درزمینهٔ حل مسئلهٔ ریاضی نشـــان می‌دهد که آگاهی فرد از دانسته‌های خود درزمینهٔ ریاضی و نحوهٔ اســـتفاده از آن‌ها در موقعیت مناسب، همچنین بازبینی فرد از عملکرد خود در ضمنِ حل مسئله و بعدازآن (توانایی‌های فراشناختی)، در میزان موفقیت او در حل مسئلهٔ ریاضی تأثیر مستقیمی دارد (صمدی، ۱۳۷۹: ۸۰).

شـــونفلد (۱۹۸۵) کنترل در فرایند حل مســـئله را با عبارت «تصمیمات عمومی، دربارهٔ گزینش و به‌کارگیری منابع و رهیافت‌ها» تعریف می‌کند و معتقد است کنترل شامل تحلیل، طراحی (طرح نقشه)، اجرا و بازنگری و ارزیابی راه‌حل اســـت که همگی باهم در تعامل‌اند و از آن با عنوان الگوی کلی راهبرد حل مسئله نام می‌برد (نمودار ۱).



نمودار ۱. راهبرد کنترل از دیدگاه شونفلد در حل مسئله (شونفلد، ۱۹۸۵، ص. ۱۱۰)

◄ الگوی سلسله‌مراتبی تحلیل خطای نیومن

نظریات گوناگونی درزمینهٔ خطاهای دانش‌آموزان در حل مسئلهٔ ریاضی مطرح شده است که یکی از معروف‌ترینِ این موارد الگوی نیومن است. بر اساس الگویِ تحلیل خطای نیومن[۹] (NEA)، فراگیرنده برای پاسخ به یک مسئله لازم است سلسله‌مراتبی را به ترتیب طی کند که شاملِ ۱. مرحلهٔ خواندن[۱۰]، ۲. مرحلهٔ درک مطلب[۱۱]، ۳. مرحلهٔ تبدیل[۱۲] (تغییر شکل)، ۴. مرحلهٔ مهارت‌های پردازش[۱۳]، و ۵. مرحلهٔ بازنویسی پاسخ در قالب نوشتاری (کدگذاری)[۱۴] است. همچنین، دو عاملِ بی‌دقتی و انگیزه از عوامل تأثیرگذار در بروز خطا و شکست در حل مسئله‌اند که ممکن است در هر مرحله از مراحلِ یادشده رخ دهند (کلمنتس و الرتون، ۱۳۹۳/۱۹۹۶).

نیومن به این دلیل از واژهٔ سلسله‌مراتب استفاده کرد که شکست، در هر سطحی از زنجیرهٔ فوق، حل‌کنندگان مسائل را از رسیدن به راه‌حلِ قانع‌کننده بازمی‌داشت (مگر آنکه به شکلی اتفاقی و با استدلال غلط به راه درست می‌رسیدند) (کلمنتس و الرتون، ۱۳۹۳/۱۹۹۶).

نکتهٔ قابل‌تأمل در الگوی نیومن این است که در شمارش تعداد خطای هر مرحله از مراحل سلسله‌مراتبیِ الگوی نیومن فقط اولین پاسخ نامناسب و تأثیرگذار در روند حل مسئله به‌منزلهٔ خطای آن مرحله ثبت می‌شود. برای مثال اگر دانش‌آموزی هم در مرحلهٔ درک مطلب و هم در مرحلهٔ تبدیلْ خطا

داشته باشد، در این صورت فقط خطای مرحلهٔ درک برای او ثبت می‌شود زیرا ممکن است خطای تبدیل او ریشـــه در خطای درک مطلب داشته باشد. بنابراین، ثبت خطای درک مطلب برای این دانش‌آموز به این معنی نخواهد بود که او در مراحل بعدی مشکلی نخواهد داشت، بلکه به این معنی است که مرحلهٔ درکْ اولین مرحلهٔ خطای او در روند سلسله‌مراتبی نیومن است.

پژوهشگران، در کشـــورهای گوناگون، پژوهش‌های فراوانی درزمینهٔ سلسله‌مراتب خطاهای نیومن انجام دادند و هرکدام تعاریف مشـــابهی درمورد هرکدام از خطاهای مراحل الگوی نیومن بیان کرده‌اند. برای نمونه، رخیماه[۱۵] و همکاران (۲۰۱۵، به نقل از زا[۱۶]، ۲۰۱۲)، می‌گویند:

۱. خطا در خواندن خطایی است که:

الف) در آن دانش‌آموزان فرمول‌ها و علائم ریاضی را تشخیص نمی‌دهند.

ب) معنای نمادها را در سؤال متوجه نمی‌شوند.

ج) درک درستی از کلمات کلیدی در سؤال ندارند.

۲. خطای درک خطایی است که دانش‌آموزان:

الف) نمی‌توانند از مفهوم کلی سؤال درک درستی داشته باشند.

ب) از نوشتن و توضیح آنچه سؤال از آن‌ها خواسته عاجزند.

ج) پاسخ خود را می‌نویسند، ولی درمورد آن نمی‌توانند توضیح دهند.

۳. خطایِ تبدیل خطایی است که دانش‌آموزان:

الف) نمی‌توانند فرمولی را بیابند که برای این مسئله استفاده می‌شود.

ب) در تعیین عملیات مناسبی که برای پاسخ به این سؤال لازم است ناتوان‌اند.

ج) در شناخت عملیاتِ لازم ناتوان‌اند.

۴. خطای مهارت‌های پردازش خطایی است که باعث می‌شود دانش‌آموزان

الف) نتوانند فرایند یا الگوریتم‌های مناسب را برای حل مسئله تشخیص دهند، بااینکه می‌توانند فرمول مناسب را بیان کنند.

ب) بااینکه قادر به مشخص‌کردن عملیات ریاضیِ مورداستفاده‌اند، اما نمی‌توانند طریقه و روش صحیح آن را انجام دهند.

۵. خطای رمزگذاری دانش‌آموزان خطایی است که باعث می‌شود دانش‌آموزان نتوانند

الف) پاسخ مناسبی را بنویسند که جوابشان را تفسیر کند.

ب) درمورد راه‌حلی که نوشته‌اند توضیح دهند.

ج) پاسخ مناسبی برای اتمام کار بنویسند.

۶. خطای بی‌دقتی خطایی است که دانش‌آموزان در مرور برگهٔ خود می‌توانند آن را بدون راهنمایی برطرف کنند.

پیشینهٔ تحقیق

در تحقیقات متعددی به ارتباطِ میان مؤلفه‌های الگوی حل مسئلهٔ شونفلد، به‌صورت منفرد، با توانایی حل مسئلهٔ ریاضی پرداخته شده است. بیشترین حجم تحقیق در این زمینه به ارتباط مؤلفه‌های الگوی شونفلد، ازجمله آموزش رهیافت‌ها و توانایی حل مسئلهٔ ریاضی، مربوط می‌شود. همچنین در تحقیقاتِ فراوانی به ارتباط میان اعمال فراشناختی آگاهانه (مرتبط با سازهٔ کنترل) و توانایی حل مسئله پرداخته شـــده، اما تحقیقات چندانی درزمینهٔ تأثیر مؤلفه‌های الگوی شونفلد در خطای دانش‌آموزان در مراحل الگوی نیومن انجام نشده است. در کشور ما نیز تحقیقات بسیاری دربارهٔ الگوی نیومن و متغیرهای مؤثر در یادگیری ازنظر شونفلد انجام شده است. در ادامه به برخی از این تحقیقات اشاره می‌کنیم.

فرامرزپور و فدایی (۱۳۹۵) مقاله‌ای برای بیان اهمیت نقش کنترل از دیدگاه شونفلد در آموزش حل مسئله، با هدف آشنایی معلمان با تأثیر مؤلفهٔ کنترل در آموزش ریاضی، ارائه داده‌اند.

یزدانفر (۱۳۹۲) روی ۲۳۵ نفر از دانشـــجویان دختر در اهواز تحقیقی با عنوانِ «بررســـی توانایی و معناداری الگوی حل مسئلهٔ شونفلد در تحلیل ناتوانایی‌های دانش‌آموزان دختر در حل مسئلهٔ ریاضی» انجام داد. نتایج پژوهش او نشان داد که رهیافت‌ها و منابع مهم‌ترین عوامل بر نمرهٔ دانشجویان است.

راستی‌زاده و بهزادی (۱۳۹۵) پژوهشی با عنوان «بررسی تأثیر آموزش حل مسائل کلامی ریاضی بر کاهش خطاهای دانش‌آموزان بر اساس الگوی نیومن» انجام دادند. هدف اصلی این تحقیق بررسی تأثیر آموزش حل مسائل کلامی ریاضی در کاهش خطاهای دانش‌آموزان پسر سال اول دبیرستان بر اساس سلسله‌مراتب پنج‌گانهٔ پیشنهادی نیومن بود. نتایج حاصل از این پژوهش نشان داد که آموزش حل مسائل کلامیِ ریاضی، با رویکرد اســـتفاده از مثال‌ها و تأکید بر روش‌ها، در کاهش خطاهای دانش‌آموزان تفاوت معناداری ایجاد کرده است.

نتایج مطالعهٔ دیسوت[17] (۲۰۰۸)، روی دانش‌آموزان کلاس‌های سوم و چهارم، نشان داد دانش‌آموزانی که در دورهٔ آموزش فراشناختی شرکت کرده‌اند پیشرفت قابل‌توجهی در ارزیابی صحیح توانایی‌های حل مسئلهٔ خود و پیش‌بینی موفقیت خود کسب کرده‌اند.

اوزســـوی[18] (۲۰۰۹) با بررســـی تأثیر آموزش راهبرد فراشـــناختی در موفقیت حل مســـئله، روی دانش‌آموزان کلاس پنجم، در ترکیه، نشان داد که آموزش راهبردهای فراشناختی باعث افزایش معناداری در موفقیت حل مسئله می‌شود.

در پژوهشـــی که روهما و ساتیارســـو[19] (۲۰۱۷) روی دانش‌آموزان دبیرستانی در کشور اندونزی و بر اســـاس نظریهٔ نیومن انجام دادند، ۴٫۳۵ درصـــد کل خطاها مربوط به مرحلهٔ خواندن، ۱۷٫۳۹ درصد خطاهـــا مربوط به مرحلهٔ درک، ۳۴٫۷۸ درصد مربوط به مرحلهٔ تبدیل، ۲۳٫۹۱ درصد مربوط به مرحلهٔ مهارت‌های پردازش، و ۱۹٫۵۷ درصد مربوط به مرحلهٔ نوشتاری (کدگذاری) است.

روش تحقیق

جامعهٔ آماری این پژوهش شامل کلیهٔ دانش‌آموزان پسر سال دهم رشتهٔ تجربی، در شهرستان فریدن اصفهان، در سال تحصیلی ۹۶ـ۹۷ بود که تعداد آن‌ها ۶۰ نفر بود. برای تعیین نمونه، در این پژوهش از روش نمونه‌گیریِ در دسترس استفاده شد. از سه کلاس پسرانه، که دو کلاس آن در دبیرستان دولتی جمعیت‌های ۲۶ و ۲۲ نفر داشت و یک کلاس آن در دبیرستان غیرانتفاعی جمعیت ۱۲ نفر داشت، دو کلاس بزرگ‌تر به‌عنوان نمونهٔ در دسترس در نظر گرفته شدند. درنتیجه، حجم نمونه برابرِ ۴۸ نفر شد که با توجه به جدولِ مورگان این تعداد برای پژوهش نیمه‌تجربی مناسب است.

با توجه به اینکه در شروع سالِ تحصیلیْ دانش‌آموزانِ این دبیرستان تقریباً به‌صورت یکسان و از هر سه رده دانش‌آموزان خوب، متوسط و ضعیف در این دو کلاس تقسیم‌بندی شده بودند، یکی از این دو کلاس به‌منزلهٔ گروه آزمایش و دیگری گروهِ گواه در نظر گرفته شد، با این تغییر که برای یکسان‌شدن جمعیتِ دو گروه، از دانش‌آموزان کلاس ۲۶ نفری (گروه گواه) در کلاس‌های فوق‌برنامهٔ مربوط به گروهِ آزمایش ۲ نفر شرکت داده شدند. این ۲ نفر با توجه به نمره‌های پایانیِ نوبت اولِ دانش‌آموزانِ دو کلاس به‌گونه‌ای انتخاب شدند که واریانس‌ها و میانگین آن‌ها به هم نزدیک‌تر شوند.

پس از مشخص‌شدن نمونه و گروه آزمایش و گروه گواه، ابتدا به‌منظور بررسی همسانی واریانس‌های دو گروه پیش‌آزمونی مشتمل بر ۶ سؤال تشریحیِ استانداردشده از مبحث نسبت‌های مثلثاتی روی هر دو گروه اجرا شد. سپس با مصاحبهٔ نیومنی از همهٔ افرادِ دو گروه، خطای مراحل گوناگونِ الگوی نیومن شمارش شد.

پس از این مرحله، برای گروه آزمایش ۸ جلسهٔ ۴۵ دقیقه‌ای کلاسِ فوق‌برنامه تشکیل شد و از این طریق مهارت‌های کنترلی در این گروه تقویت شد. پس از اتمام این کلاس‌ها، پس‌آزمونی مشتمل بر ۶ سؤال از هر دو گروه گرفته شد و مجدداً خطای مراحل الگوی نیومن با روش مصاحبه تعیین شد. مقایسه و تحلیلِ نتایج با استفاده از آزمون یو مان–ویتنی[۲۰]، برای گروه‌های مستقل، انجام شد. همچنین از معلم ریاضی کلاسِ گروه آزمایش خواسته شد تا در حین انجام‌دادن تمرین‌ها، فعالیت‌های کلاسی، و آزمون‌ها بر مهارت‌های کنترلی تأکید کند. برخی از توصیه‌های کنترلیِ تأکیدشده در فرایند حل مسئله در کلاس‌های تقویتی گروه آزمایش به قرار زیر است:

۱. تلاش برای کشف اندیشه‌های اصلی سؤال؛
۲. سعی در مشخص‌کردن خواسته‌های سؤال و فهمیدن منظور آن، قبل از پرداختن به پاسخ‌دهی، و در صورت لزوم دوباره خواندن صورت سؤال؛
۳. کشف ارتباط دانسته‌های سؤال با یافته‌های خود؛
۴. تفکر دربارهٔ اینکه چه‌کاری باید انجام دهم و چرا و چگونه؛
۵. استفاده از راهبردهای متفاوت و تشخیص زمانِ مناسب در استفاده از هر راهبرد؛
۶. بازبینی و تصحیح هم در جریان اجرای راه‌حل و هم در پایان کار؛
۷. پیگیری پیشرفت در حل مسئله و در صورت لزوم تغییر فنون و راهبرد.

افزایش مهارت کنتـــرل در دانش‌آموزان فقط با ارائهٔ توصیه‌ها و تمرینات مقطعی در حد پذیرفتنی انجام نمی‌شود، بلکه این توصیه‌ها باید همراه با تمرین و تکرار و حل مسئله‌های هدفمندی انجام شود که شامل مراحل کنترل از دیدگاه شونفلد یعنی تحلیل، طراحی، اکتشاف، اجرا، و بازبینی باشد. دانش‌آموزان باید در عمل با موقعیت‌ها روبه‌رو شوند و تصمیم‌های راهبردی اتخاذ کنند.

در کلاس‌های جبرانی سؤال‌ها به‌صورت فعالیت‌های گروهی بررسی و حل می‌شد، معلم نقش راهنما و هدایت‌کننده داشـــت و در جریان حل سؤال‌ها پیوسته بر توصیه‌های کنترلی تأکید می‌شد. همچنین بـــرای جلوگیری از تأثیر عوامل دیگر (غیر از مهارت‌های کنتـــرل) در افزایش توانایی‌های دانش‌آموزانِ گروه آزمایش، در مبحث نسبت‌های مثلثاتی، سؤال‌ها اغلب از مباحث غیرمثلثاتی و برخی از آن‌ها برای جذابیت بیشتر از سؤال‌های کنکور مرتبط با کتاب درسی ریاضی آن‌ها طراحی شده بود.

■ ابزار و روش گردآوری اطلاعات

◄ بخش کیفی

ابزار اصلی تحقیق شـــامل دو آزمونِ محقق‌ســـاخته در دو مرحلهٔ پیش‌آزمون و پس‌آزمون به همراه مصاحبهٔ نیومنی بود. مصاحبه با همهٔ دانش‌آموزان باعث شد که خطاهای ناشی از بی‌انگیزگی و بی‌دقتی تقریباً برابر صفر شـــود. در این پژوهش از روایی محتوایی و روایی صوری اســـتفاده شـــده است. روایی صوری به این مسئله اشاره می‌کند که آزمون یا ابزار پژوهش تا چه حد شبیه به موضوعی است که برای اندازه‌گیری آن تهیه شـــده است. این روایی صرفاً به شکل، چارچوب و ویژگی‌های ظاهری آزمون مانند رعایت برخی نکات ضروری برای نوشتن، نحوهٔ اجرای آزمون و شیوهٔ ارزش‌گذاری نظر دارد که این امر با استفاده از نظر متخصصان انجام می‌شود (نادری و سیف نراقی، ۱۳۸۴).

در این پژوهش برای تعیین روایی صوری و تأیید اینکه آیا سؤال‌های طرح‌شده برای سنجیدن اهداف موردنظر مناسب‌اند یا خیر، از نظر استادان ریاضی و دبیران ریاضیِ باتجربهٔ دبیرستان استفاده شد.

روایی محتوایی یک آزمون را معمولاً افراد متخصص درمورد موضوع موردمطالعه مشخص میکنند. ازاین‌رو، روایی محتوایی به قضاوت داوران بســـتگی دارد (ســـرمد و همکاران، ۱۳۹۰). روایی محتوایی این اطمینان را به‌وجود می‌آورد که مقیاس شامل یک سری موارد کافی برای استفاده از مفهوم است. هرچه موارد معرفِ حیطهٔ مفهومی که اندازه‌گیری می‌شود بیشتر باشد روایی محتوایی آن بیشتر خواهد بود (خاکی، ۱۳۸۷).

برای تعیین روایی محتوایی سؤال‌های آزمون از شاخص نسبت روایی محتوایی سی‌وی‌آر[۲۱] استفاده شد. نسبت روایی محتوایی یا سی‌وی‌آر یک روش سنجش روایی پرسشنامه است. این نسبت را لاوشه[۲۲] طراحی کرده اســـت. برای محاسبهٔ این شاخص از نظرهای این کارشناسان متخصص درزمینهٔ محتوای آزمون موردنظر اســـتفاده می‌شـــود و با توضیح اهداف آزمون و ارائهٔ تعاریف عملیاتی مربوط به محتوای ســـؤال‌ها از آن‌ها خواسته می‌شود تا هریک از سؤال‌ها را بر اساس طیف سه‌بخشی لیکرت در گویه‌های

«ضروری است»، «مفید است اما ضرورتی ندارد»، و «ضروری نیست» طبقه‌بندی کنند. سپس بر اساس فرمولِ زیر نسبت روایی محتوایی محاسبه می‌شود:

$$CVR = \frac{K - \frac{N}{2}}{\frac{N}{2}}$$

N: تعداد کل متخصصان
K: تعداد متخصصانی که گزینهٔ ضروری را انتخاب کرده‌اند

بر اساس تعداد متخصصانی که سؤال‌ها را ارزیابی کرده‌اند از حداقل مقدار سی‌وی‌آر قابل‌قبول استفاده می‌شود. سؤال‌هایی که مقدار سی‌وی‌آرِ محاسبه‌شده برای آن‌ها کمتر از میزان موردنظر با توجه به تعداد متخصصان ارزیابی‌کنندهٔ سؤال باشد بایستی از آزمون کنار گذاشته شوند، چون بر اساس شاخص روایی محتوایی، روایی محتوایی قابل‌قبولی ندارند.

همچنین برای بررسی روایی سؤال‌ها از روش شاخص روایی محتوایی سی‌وی‌آر استفاده شد و تجزیه‌وتحلیل داده‌های این پژوهش در دو سطحِ آمار توصیفی و استنباطی با استفاده از نرم‌افزار SPSS انجام شد.

در زیر نمونه‌ای از پرسشی که در اختیار دانش‌آموز قرار گرفت و پاسخ او آمده است. این تصویر بیانگر فرایند پاسخگویی به سؤال‌های مصاحبه‌گر و درنهایت نوع خطای رخ‌داده‌شده است.

۵	اگر قطر کوچک یک شش ضلعی منتظم برابر $2\sqrt{3}$ باشد مساحت شش ضلعی را به دست آورید

- *مصاحبه‌گر: «سؤال را برای من بخوان.»*

دانش‌آموز سؤال را به‌درستی می‌خواند.

- *مصاحبه‌گر: «به من بگو سؤال از شما چه می‌خواهد.»*
- *دانش‌آموز: «مساحت شش‌ضلعی منتظم که قطر کوچک آن معلوم است.» سپس شکل شش‌ضلعی و قطر کوچک آن را رسم می‌کند.*
- *مصاحبه‌گر: «برای حل این مسئله چه‌کاری باید انجام داد.»*
- *دانش‌آموز: پس از کمی فکرکردن پاسخ می‌دهد که نمی‌داند.*

در این قسمت خطای تبدیل رخ داده است زیرا دانش‌آموز در تشخیص راهبرد مناسب با مشکل روبه‌رو می‌شود.

■ یافته‌ها و نتایج پژوهش

۱. یافته‌ها و نتایج پژوهش بر اساس آمار توصیفی

در جدولِ ۱ نتیجه گرفته شده است که بیشترین درصد خطا در پیش‌آزمون و در گروه گواه به ترتیب مربوط به مراحل درک، تبدیل، و پردازش اســـت و در گروه آزمایش به ترتیب مربوط به مراحل تبدیل، درک، و پردازش اســـت. درمجموع، بیشترین آمار خطا در دو گروه مربوط به حالت تبدیل اســـت. همچنین میان دو گروه اختلاف بســـیار کمی در تعداد خطا در هر مرحله وجود دارد که این موضوع تأکیدی بر همســـانی دو گروه دارد؛ البته همسانی واریانس‌های دو گروه در قسمت تحلیل استنباطی داده‌ها بررسی شده است.

جدول ۱. تعداد و درصد خطا در پیش‌آزمون گروه‌های آزمایش و گواه

	گروه گواه					گروه آزمایش				
نوع خطا	خواندن	درک	تبدیل	پردازش	کدگذاری	خواندن	درک	تبدیل	پردازش	کدگذاری
فراوانی	۷	۲۸	۲۷	۲۴	۵	۵	۲۶	۲۸	۲۵	۶
درصد	٪۷,۷	٪۳۰,۷	٪۲۹,۶	٪۲۶,۴	٪۵,۵	٪۵,۶	٪۲۸,۹	٪۳۱,۱	٪۲۷,۷	٪۶۶,۷
*	۰/۰۴۹	۰/۲۰۴	۰/۲۴۷	۰/۲۹۲	۰/۰۸۶	۰/۰۳۴	۰/۱۸۷	۰/۲۴۷	۰/۲۹۴	۰/۱

جدول ۲ نشان می‌دهد که بیشترین درصد خطا در بین مراحل الگوی نیومن در مرحلهٔ پس‌آزمون برای گروه آزمایش به ترتیب مربوط به مراحل پردازش، تبدیل، و درک است و برای گروه گواه به ترتیب مربوط به مراحل تبدیل، پردازش، و درک است.

با کمی دقت در جدول زیر متوجه می‌شـــویم که اعدادِ درصدیْ اختلافِ تعداد خطای گروه آزمایش نســـبت به گروه گواه را در پس‌آزمون نشـــان نمی‌دهد. درحالی‌که اختلافـــی در تعداد خطاهای مرحلهٔ پردازش دو گروه وجود ندارد، اختلاف درصد این دو مرحله بیش از ۱۰ درصد است. علت این موضوع این است که در محاسبهٔ درصد برای هر مرحله، فراوانی آن مرحله بر مجموع فراوانی خطاها در همان گروه تقسیم می‌شود و حاصل در عدد ۱۰۰ ضرب می‌شود، که درواقع نوعی فراوانی نسبی محسوب می‌شود.

جدول ۲. تعداد و درصد خطا در پس‌آزمون گروه‌های آزمایش و گواه

	گروه گواه					گروه آزمایش				
نوع خطا	خواندن	درک	تبدیل	پردازش	کدگذاری	خواندن	درک	تبدیل	پردازش	کدگذاری
فراوانی	۷	۲۷	۳۱	۲۸	۶	۲	۱۵	۲۱	۲۸	۵
درصد	٪۷	٪۲۷,۳	٪۳۱,۳	٪۲۸,۳	٪۶,۱	٪۲,۹	٪۲۱,۱	٪۲۶,۶	٪۳۹,۴	٪۷,۱
*	۰/۰۴۹	۰/۱۹۷	۰/۲۸	۰/۳۵۴	۰/۱۱۸	۰/۰۱۳	۰/۱۰۵	۰/۱۶۵	۰/۲۶۴	۰/۰۶

(علامت * در سطر آخر جداول ۱ و ۲ نسبت تعداد خطا به تعداد کل افراد را در هر مرحله نشان می‌دهد.)

جدول‌های ۱ و ۲ نشـــان می‌دهند که بیشترین درصد خطا در میان مراحل الگوی نیومن در مرحلهٔ پس‌آزمون برای گروه آزمایش به ترتیب مربوط به مراحل پردازش، تبدیل، و درک است و برای گروه گواه به ترتیب مربوط به مراحل تبدیل، پردازش، و درک است.

همچنیـــن مجموع خطاها در گروه گواه ۹۹ و در گروه آزمایش ۷۱ اســـت، درحالی‌که این اعداد در پیش‌آزمون به ترتیب ۹۱ و ۹۰ بود که نشـــان می‌دهد مجموع خطاهـــای گروه آزمایش در پس‌آزمون کاهش قابل‌ملاحظه‌ای داشته است.

۲. یافته‌ها و نتایج پژوهش بر اساس آمار استنباطی

۱.۲. بررسی همسانی واریانس‌های گروه گواه و گروه آزمایش

بعد از مشخص‌شـــدن گروه گواه و گروه آزمایش، اولین و ضروری‌ترین کار بررسی همسانی واریانس‌های این دو گروه است. به این منظور یک پیش‌آزمون به همراه مصاحبهٔ نیومنی روی هر دو گروه انجام شد. نتایج آن با استفاده از آزمون لِوین تحلیل و بررسی شد که نتیجهٔ آن در جدول ۳ آمده است.

جدول ۳. بررسی همسانی واریانس‌های گروه گواه و گروه آزمایش بر اساس آزمون لوین

متغیرها	آمارهٔ لوین (F فیشر)	درجهٔ آزادی اول	درجهٔ آزادی دوم	سطح معنی‌داری
خطای خواندن	۱/۷۳۶	۱	۴۶	۰/۱۹۴
خطای درک	۰/۱	۱	۴۶	۰/۷۵۳
خطای تبدیل	۰/۶۰۸	۱	۴۶	۰/۴۳۹
خطای پردازش	/۱۰۹	۱	۴۶	۰/۷۴۳
خطای کدگذاری	۰/۴۵۵	۱	۴۶	۰/۵۰۳
مجموع خطاها	۰/۰۰۱	۱	۴۶	۰/۹۷۶

در آزمون لوین فرضیهٔ H برابر واریانس‌های دو گروه است و با توجه به اینکه در جدول برای تمام مراحل مقدار ســـطح معناداری بزرگ‌تر از ۰/۰۵ درصدند، بنابراین فرضیهٔ صفر رد نمی‌شـــود و همسانی واریانس‌های دو گروه برای همهٔ مراحل الگوی نیومن تأیید می‌شود.

۳. مقایسه و بررسی معناداربودن اختلاف گروه آزمایش و گروه گواه

جدول ۴ نتیجهٔ اجرای آزمون شـــاپیرو ـ ویک و همچنین کلموگروف ـ اســـمیرنوف را برای بررسی نرمال‌بودن داده‌های گروه گواه در پس‌آزمون نشان می‌دهد. در این آزمون فرضیهٔ صفر (H_0) نشان‌دهندهٔ نرمال‌بودن توزیع داده‌ها و فرضیهٔ خلاف ($H1$) نشان‌دهندهٔ نرمال‌نبودن توزیع داده‌هاست.

جدول ۴. بررسی نرمال‌بودن توزیع داده‌ها در پس‌آزمون گروه گواه

	آزمون نرمال‌بودن					
	شاپیرو ـ ویک			کولموگروف ـ اسمیرنوف		
	آماره	درجهٔ آزادی	سطح معناداری	آماره	درجهٔ آزادی	سطح معناداری
کدگذاری	۰/۴۶۴	۲۴	۰/۰۰	۰/۵۲۴	۲۴	۰/۰۰
پردازش	۰/۲۳۲	۲۴	۰/۰۰۲	۰/۸۶۳	۲۴	۰/۰۰۴
تبدیل	۰/۳۰۸	۲۴	۰/۰۰	۰/۸۴۸	۲۴	۰/۰۰۲
درک	۰/۲۱۹	۲۴	۰/۰۰۴	۰/۸۶۹	۲۴	۰/۰۰۵
خواندن	۰/۴۴۳	۲۴	۰/۰۰	۰/۵۷۳	۲۴	۰/۰۰

در جدول فوق سطح معنی‌داری همهٔ مراحل الگوی نیومن در هر دو آزمون کمتر از ۰/۰۵ است، لذا فرضیهٔ صفر رد می‌شود. درنتیجه، توزیع داده‌ها در سطح خطای ۰/۰۵ نرمال نیست. به روش مشابه جدول، بررسی نرمال‌بودن داده‌های گروه آزمایش به‌صورت جدول شمارهٔ ۵ به‌دست آمده است.

جدول ۵. بررسی نرمال‌بودن توزیع داده‌ها در پس‌آزمون گروه آزمایش

	آزمون نرمال‌بودن					
	شاپیرو ـ ویک			کولموگروف ـ اسمیرنوف		
	آماره	درجهٔ آزادی	سطح معناداری	آماره	درجهٔ آزادی	سطح معناداری
کدگذاری	۰/۴۶۴	۲۴	۰/۰۰	۰/۵۴۲	۲۴	۰/۰۰
پردازش	۰/۲۲۶	۲۴	۰/۰۰۳	۰/۸۵۵	۲۴	۰/۰۰۳
تبدیل	۰/۲۳۵	۲۴	۰/۰۰۲	۰/۸۴۴	۲۴	۰/۰۰۲
درک	۰/۲۳۷	۲۴	۰/۰۰۱	۰/۸۴۲	۲۴	۰/۰۰۲
خواندن	۰/۴۸۴	۲۴	۰/۰۰	۰/۵۰۳	۲۴	۰/۰۰

این جدول هم نشان می‌دهد که توزیع داده‌ها در گروه آزمایش نرمال نیست. بنابراین برای مقایسهٔ گروه‌ها از آزمون یو مان-ویتنی، که معادل آزمون ناپارامتری آزمون t گروه‌های مستقل است، استفاده می‌کنیم. نتایج آن در جدول ۶ آمده است.

جدول ۶. بررسی معناداری اختلاف میانگین خطای مراحل الگوی نیومن در دو گروه گواه و آزمایش

نوع خطا	سطح معنی‌داری
خواندن	۰/۰۳۳
درک‌کردن	۰/۰۳
تبدیل (انتقال)	۰/۰۳۸
مهارت‌های پردازشی	۰/۴۹
کدگذاری (نوشتاری)	۰/۳۶۷
مجموع خطاهای هر دانش‌آموز در مراحل الگوی نیومن	۰/۰۰۳۵

بر اســـاس این جداول تقویت مهارت‌های کنترلی باعث کاهـــش معناداری در تعداد خطای مراحل خواندن، درک‌کردن و تبدیل شـــده است اما کاهش معناداری در خطای مراحل مهارت‌های پردازشی و مرحلهٔ کدگذاری وجود ندارد. علت این موضوع این است که در الگوی سلسله‌مراتبی نیومن در هر سؤال فقط اولین موردِ مشـــاهدهٔ خطا در مراحل سلسله‌مراتبی برای هر دانش‌آموز ثبت می‌شود (در هر سؤال حداکثر یک خطا برای هر نفر). بنابراین با کاهش خطای مراحل اولیهٔ الگوی نیومن یعنی مراحل خواندن، درک و تبدیل تعداد دانش‌آموزانی که به مرحلهٔ پردازش می‌رسند در مقایسه با گروه گواه افزایش می‌یابد و درنتیجه تعداد خطا نیز افزایش می‌یابد. برای برطرف‌شـــدن این ســـوءتفاهم بهتر است در هر مرحله نسبت تعداد خطا بر تعداد افرادی که به آن مرحله رسیده‌اند محاسبه شود. با محاسبهٔ این نسبت برای مراحل پنج‌گانهٔ الگوی نیومن، که در سطر آخر جداول ۱ و ۲ آمده است، مشاهده می‌کنیم که این نسبت برای خطای مهارت‌های پردازشی هم در پیش‌آزمون و هم در پس‌آزمونِ هر دو گروه بیشترین مقدار را در مقایسه با خطای ســـایر مراحل الگوی نیومن دارد. این موضوع نشان‌دهندهٔ ضعف اکثر دانش‌آموزان در مرحلهٔ مهارت‌های پردازشی و محاسباتی است، که در اکثر پژوهش‌ها بر اساس الگوی نیومن مدنظر قرار نگرفته است. همچنین کاهش مجموع خطای مراحل پنج‌گانهٔ الگوی نیومن، در سطح ۰/۰۵ معنادار است. بنابراین، در یک کلام می‌توان گفت تقویت مهارت‌های کنترلی باعث کاهش خطاهای دانش‌آموزان در الگوی نیومن می‌شود.

■ بحث و نتیجه‌گیری ■

هدف این تحقیق بررســـی تأثیر تقویت مهارت‌های کنترلی از دیدگاه شـــونفلد در کاهش خطاهای دانش‌آموزان در حل مسائل مثلثاتی بوده است. داده‌های لازم ازطریق بررســـی فرضیه‌ها و ســـؤال‌های تحقیق ازطریق برگزاری پس‌آزمـــون و پیش‌آزمون و

مصاحبهٔ نیومنی و مقایسهٔ نتایج به‌دست آمد. در ادامه به بررسی نتایج به‌دست‌آمده در راستای سؤال‌های تحقیق می‌پردازیم.

بر اساس نتایج به‌دست‌آمده از این تحقیق، تقویت مهارت‌های کنترلی باعث کاهش معناداری در مجموع خطای مراحل پنج‌گانهٔ الگوی نیومن دانش‌آموزان در سطح معناداریِ ۰/۰۵ شده است. بنابراین، می‌توان گفت تقویت مهارت‌های کنترلی باعث کاهش خطاهای دانش‌آموزان در الگوی نیومن می‌شود. بر این اساس، تعداد خطای خواندن در پس‌آزمون در گروه آزمایش نسبت به گروه گواه از ۷ مورد به ۲ مورد کاهش داشت که میانگین خطای هر دانش‌آموز گروه گواه در پس‌آزمون ۰/۲۹ و گروه آزمایش ۰/۰۸ بود.

تعداد خطای درک در گروه آزمایش نسبت به گروه گواه ۱۲ مورد و درصد خطا نیز از ۲۷ درصد به ۲۱ درصد کاهش پیدا کرده است. اولین مرحله از مراحل کنترل از دیدگاه شونفلد در حل مسئلهٔ تحلیل، تحلیل سؤال است که دربرگیرندهٔ درک صورت‌مسئله و ازجمله درک و تشخیص واژه‌های کلیدی و رمزگشایی صحیح صورت سؤال و درک روابط میان اجزاء سؤال است و این موضوع متناظر مراحل خواندن و درک در الگوی نیومن است. درواقع، وادارکردن دانش‌آموزان به تحلیل مسائل ریاضی و عادت‌دادن آن‌ها به این کار در کلاس‌های گروه آزمایش باعث کاهش خطای خواندن و همچنین کاهش خطای درک دانش‌آموزان گروه آزمایش شد. البته مرحلهٔ بازبینی از مراحل کنترل نیز نقش بسزایی در کاهش خطای درک و خواندن و به‌ویژه کاهش خطاهای ناشی از بی‌دقتی دارد.

بر اساس مقایسهٔ نتایج پس‌آزمونِ دو گروه مشاهده شد که تعداد خطای تبدیل از ۳۱ مورد در گروه گواه به ۲۱ مورد در گروه آزمایش کاهش پیدا کرده و درصد خطا هم از حدود ۳۱ درصد به حدود ۲۶/۵ درصد کاهش یافته است. همچنین میانگین خطای تبدیل در این دو گروه به ترتیب ۱/۲۹ و ۰/۸۷ است. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که در جامعهٔ موردمطالعه مداخلهٔ آموزشی مؤثر بوده است. درنتیجه، پاسخ سؤال تحقیق نیز مثبت است و فرضیهٔ کاهش خطای تبدیل براثر تقویت مهارت‌های کنترلی از دیدگاه شونفلد درست است.

مراحل تحلیل و اکتشاف از بین مراحل کنترل بیشترین تأثیر را در کاهش خطای تبدیل دارند زیرا طراحی و اکتشاف باعث پیداکردن راهبرد مناسب برای حل مسئله، که درواقع همان تبدیل است، می‌شود. نتیجه اینکه یکی از راه‌های کاهش خطای مرحلهٔ تبدیل، طبق الگوی نیومن، این است که دانش‌آموزان پیوسته به حل مسائلی بپردازند که نیاز به تحلیل و طراحی بیشتری نسبت به تمرین‌های عادی دارند.

برخلاف سه مرحلهٔ اول الگوی نیومن، که شاهد کاهش معناداری خطا بودیم، در مرحلهٔ مهارت‌های پردازش تعداد خطا در گروه آزمایش هیچ کاهشی را در مقایسه با گروه گواه نشان نمی‌دهد؛ گرچه درصد خطا تا حدودی کاهش یافته است، مقدار این کاهشْ معنادار نیست. بنا بر فرضیهٔ کاهش خطای تبدیل براثر تقویت مهارت‌های کنترلی در جامعهٔ موردمطالعه رد می‌شود و پاسخ سؤال فرعی پنجم منفی است. حتی وقتی نتایج پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه آزمایش را ملاحظه می‌کنیم می‌بینیم کاهشی در خطای تبدیل، برخلاف مراحل قبلی، وجود ندارد.

پذیرش این موضوع در نگاه اول سخت است زیرا کنترل شامل مرحلهٔ اجرا به همراه بازبینی‌های جزئی است. اجراکردن نقشه‌های طراحی‌شده به همراه بازبینی بایستی باعث تقویت مهارت‌های پردازشی و درنتیجه کاهش خطای پردازش در الگوی نیومن شود. اما وقتی مهارت‌های پردازشی دانش‌آموزان گروه آزمایش را چه با خطای پس‌آزمون گروه گواه و چه با نتایج پیش‌آزمون خود گروه آزمایش در پیش‌آزمون مقایسه می‌کنیم هیچ کاهشی مشاهده نمی‌کنیم، درحالی‌که در بقیهٔ مراحل شاهد کاهش کم‌وبیش خطاها هستیم. بررسی علت یا علت‌های این امر می‌تواند بسیار مهم و حتی نقطهٔ عطف این تحقیق باشد. در ادامه دقیق‌تر دربارهٔ این موضوع بحث می‌کنیم.

یکی از مهم‌ترین علل این اتفاق این است در الگوی تحلیل خطای سلسله‌مراتبی نیومن، در هر سؤال برای هر دانش‌آموز، فقط یک خطا ثبت می‌شود. درواقع اولین مرحلهٔ خطای تأثیرگذار در روند حل مسئله، خطایِ آن مرحله در آن سؤال محسوب و ثبت می‌شود (برخلاف الگوی کِیسی که یک دانش‌آموز در یک سؤال می‌تواند چند خطا داشته باشد). بنابراین، با کاهش خطا در سه مرحلهٔ اول در پس‌آزمون گروه آزمایش، و با توجه به برابربودن تعداد افراد دو گروه در ابتدا، تعداد افراد این گروه، با بررسی خطای پردازش، نسبت به تعداد افراد مرحلهٔ پردازش در گروه گواه بیشتر است و طبیعی است که تعداد خطا نیز به‌طبع آن افزایش داشته باشد. به این موضوع در اکثر تحقیقات داخلی که بر اساس الگوی سلسله‌مراتبی خطای نیومن صورت گرفته است اهمیت چندانی داده نشده است و معمولاً بر مشکل دانش‌آموزان در مراحل تبدیل و درک تأکید می‌شود. برای قضاوت دقیق‌تر در این مورد بهتر است در هر مرحله نسبت تعداد خطا بر تعداد افرادی که به آن مرحله رسیده‌اند محاسبه شود. علت مهم دیگر در فرضیهٔ مربوط به سؤالِ فرعی چهارم، ضعف اساسی اکثر دانش‌آموزان ایرانی در مهارت‌های پردازشی و محاسباتی در نظام فعلی آموزشی است. ریشهٔ این امر افزایش حجم کتب ریاضی مقاطع تحصیلی به‌موازات افزایش حجم سایر کتب درسی و درنتیجه غفلت از تمرین و تکرار و نقشِ این دو در افزایش قدرت محاسباتی و ماندگاری مفاهیم درسی است.

این مطلب نه‌تنها درزمینهٔ مبحث نسبت‌های مثلثاتی، بلکه درمورد اکثر مطالب درسی ریاضی صدق می‌کند. شـــایان ذکر است، استفاده از روش مصاحبه برای تشخیص خطا باعث می‌شود که بتوانیم خطای ناشی از بی‌دقتی و بی‌انگیزگی را بسیار کاهش دهیم و تقریباً به صفر برسانیم.

نتایج مشخص‌شده از مقایسهٔ پس‌آزمونِ دو گروه نشان‌دهندهٔ کاهش اندک خطای کدگذاری (نوشتاری) اســـت، بهطوری‌که تعداد خطا از ۶ مورد به ۵ مورد کاهش یافت اما این کاهش بر اســـاس نتیجهٔ آزمون یو (U) معنادار نیســـت. بنابراین فرضیهٔ کاهش خطای مرحلـــهٔ کدگذاری براثر تقویت مهارت‌های کنترلی در جامعهٔ موردبررســـی در ســـطح معناداری ۰/۰۵ پذیرفته شده نیســـت. مرحلهٔ اجرا به همراه مرحلهٔ بازبینی، از میان مراحل کنترل از دیدگاه شـــونفلد، ارتباط تنگاتنگی با مرحلهٔ کدگذاری در الگوی سلسله‌مراتبی نیومن دارد زیرا در اجرای نقشهٔ طراحی‌شده در روند حل مسئلهٔ ریاضی عملاً مرحلهٔ نوشتاری (کدگذاری) اتفاق می‌افتد. بنابراین، علت این روندِ غیرمنطقی چیز دیگری غیر از کنترل اســـت. همان‌طور که در پاسخ سؤال قبلی هم دقیق به آن اشاره شـــد، علت اصلی این امر افزایش تعداد افرادی اســـت که با کاهش خطای مراحل اولیه وارد دو مرحلهٔ پایانی می‌شوند و برای رفع این مشکل بهتر است درصد خطا، که درواقع نوعی فراوانی نســـبی است، یا نسبت خطا به تعداد افراد هر مرحله در نظر گرفته شود. البته علتِ دیگر، ارتباط کمتر مهارت‌های کنترلی از دیدگاه شونفلد در مرحلهٔ نوشتاری در قیاس با مراحل دیگر الگوی نیومن است.

با توجه به تحقیق انجام‌شـــده می‌توان نتیجه گرفت که تقویت مهارت‌های کنترلی از دیدگاه شونفلد می‌تواند تأثیر بسیار زیادی در کاهش خطاهای دانش‌آموزان در روند حل مسئله داشته باشد، مخصوصاً اگر توصیه‌ها و روش‌های تقویت این مهارت‌ها در متن کتاب‌ها، فعالیت‌ها و روش‌های تدریس معلمان ریشـــه داشته باشد. همچنین از نتایج تأمل‌برانگیز این تحقیق می‌توان به مشخص‌شدن ضعف اساسی دانش‌آموزان در مراحل درک و تبدیل و مخصوصاً در مرحلهٔ مهارت‌های پردازشـــی، که جزئیات آن در بحث و بررســـی سؤال فرعی چهارم بیان شد، اشاره کرد. در بخش اهداف جزئی، یعنی بررسی خطا بر اســـاس الگوی نیومن، طبق نتایج این تحقیق حدود ۶۶ درصد خطاها در ســـه مرحلهٔ اول الگوی نیومن رخ داده است. این امر برای پیش‌آزمون هر دو گروه و همچنین پس‌آزمون گروه گواه صدق می‌کند. این نتایج با یافته‌های تحقیقات مجدی و همکاران (۱۳۹۵)، اسماعیلی و رفیع‌پور (۱۳۹۳)، فرامرزپور (۱۳۹۵)، کلمنتس (۱۹۸۰)، نانایاکارا (۱۹۹۳)، و زکریا (۲۰۱۰) مطابقت و همســـویی دارد اما با یافته‌های روهما و ساتیارسو (۲۰۱۷) همســـویی ندارد. همچنین نتایج پس‌آزمون گروه آزمایش با موارد یادشـــده

مطابقت ندارد. ازنظر تأثیر مهارت‌های فراشـــناختی و کنترل در یادگیری و حل مسئلهٔ ریاضی نیز یافته‌های این تحقیق با یافته‌های تحقیقات راســـتی‌زاده و بهزادی (۱۳۹۵)، غفاری (۱۳۹۰)، دیسوت (۲۰۰۱)، و اوزسوی (۲۰۰۹) مطابقت و همسویی دارد.

برای کاهش مشکلات بیان‌شده پیشنهاد می‌شود دبیران ریاضی به بحث در گروه‌های کوچک و اجرای فعالیت‌های هدفمند اهمیت بیشتری دهند.

دبیران ریاضی در هنگام اجرای فعالیت‌ها و حل مسئله‌ها توسط دانش‌آموزان با بیان ســـؤال‌هایی نظیر چه‌کاری می‌خواهید انجام دهید و چرا و چگونه، پیوسته مهارت‌های کنترلی نظیر تحلیل، طراحی، اکتشاف و بازبینی را در دانش‌آموزان تقویت کنند.

برنامه ریزان محتوای کتب درســـی با حذف مطالب درســـی غیرضروری در شرایط ســـنی دانش‌آموزان و کاهش محتوای دروسی غیر از ریاضی شرایط افزایش تمرین‌ها و مسئله‌های هدفمند را، که شامل مراحل الگوی حل مسئلهٔ شونفلد باشند، فراهم کنند و درکل در تدوین دروس ریاضی این الگو مدنظر قرار گیرد.

■ محدودیت‌های تحقیق ■

۱. از مهم‌ترین محدودیت‌های این تحقیق کوچک‌بودن جامعهٔ موردمطالعه بود و بنابراین نتایج آن قدرت تعمیم کمی دارد.

۲. با توجه به اینکه در این تحقیق باید با همهٔ اعضایِ جامعهٔ نمونه مصاحبه بر اســـاس الگوی نیومن انجام می‌شد، مصاحبه با دانش‌آموزان مدارس دخترانه با مخالفت مدیر، دبیران و اولیای دانش‌آموزان همراه بود. لذا در انتخاب جامعهٔ آماری فقط دانش‌آموزان پسر در نظر گرفته شدند.

۳. یکی دیگـــر از مهم‌ترین محدودیت‌های این تحقیق مصاحبـــه به‌صورت انفرادی و خســـتگی و بی‌میلی دانش‌آموزان بود که کار تفســـیر و نتیجه‌گیری را با محدودیت مواجه می‌کرد.

■ پیشنهادهای تحقیق ■

۱. این تحقیق در جامعه‌ای کوچک و محدود انجام شد، پیشنهاد می‌شود تحقیق مشابه در شهرستان‌های بزرگ‌تر هم انجام شود.

۲. این تحقیق در مدارس دخترانه هم انجام شود.

۳. تحقیق مشـــابه در کلاس‌های مقطع متوســـطهٔ اول و مخصوصاً کلاس هفتم، روی مباحث وسیع‌تر، انجام شود.

۴. تحقیق مشابه با درنظرگرفتن مؤلفه‌های دیگرِ حل مسئله ازنظر شونفلد، ازجمله باورها و رهیافت‌ها و همچنین تأثیر فراشناخت در کاهش خطای دانش‌آموزان، انجام شود.

منابع

- اســـماعیلی، مریم، و رفیع‌پور، ابوالفضل (۱۳۹۳). *تحلیل خطاهای دانش‌آموزان پایهٔ پنجم در حل مسائل کلامی با استفاده از روش نیومن*. سیزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی.
- پولیا، جورج. (۱۳۸۲). *خلاقیت ریاضی* (ترجمهٔ پرویز شهریاری). انتشارات مؤسسهٔ فرهنگی فاطمی. (اثر اصلی در سال ۱۹۶۲ منتشر شده است).
- خاکی، غلامرضا. (۱۳۸۷). *روش تحقیق با رویکردی به پایان‌نامه نویسی*. نشر بازتاب.
- راســـتی‌زاده، عنایت‌الله، و بهزادی، محمدحسن (۱۳۹۵). *بررسی تأثیر آموزش حل مسائل کلامی ریاضی بر کاهش خطاهای دانش آموزان بر اساس مدل نیومن*. چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شیراز.
- سرمد، زهره.، بازرگان، عباس و حجازی، زهرا. (۱۳۷۹). *روش‌های تحقیق در علوم رفتاری*. انتشارات آگاه.
- شونفلد، ای. اچ. (۱۳۷۸). فراشناخت و ریاضیات (ترجمهٔ فرهاد کریمی). *مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، ۱۴* (۵۵)، ۴-۸.
- صفری، یحیی و مرزوقی، رحمت‌اله. (۱۳۹۱). بررسی مقایسه‌ای ابعاد آگاهی‌های فراشناختی دانش‌آموزان دورهٔ راهنمایی تحصیلی. *فصلنامهٔ نوآوری‌های آموزشی، ۱۱* (۴۲)، ۱۱۹-۱۳۴.
- صمدی، معصومه (۱۳۷۹). نقش دانش فراشـــناخت در حل مسئلهٔ ریاضی دانش‌آموزان چهارم ابتدایی. *مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، ۱۵* (۶۱)، ۱۱-۱۷.
- علم‌الهدایی، حسن (۱۳۸۸). *اصول آموزش ریاضی*. انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد.
- غفاری، حسین. (۱۳۹۰). *تقویت رفتارهای کنترلی دانش‌آموزان در ساختن اثبات‌های هندسی* (پایان‌نامهٔ کارشناسی‌ارشد). دانشگاه شهید بهشتی.
- فرامرزپور، نوشـــین و فدایی، محمدرضا. (۱۳۹۵). *کنترل مؤلفه‌ای مؤثر در آموزش حل مســـئله از دیدگاه شـــونفیلد*. چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شیراز، دورهٔ ۱-شمارهٔ ۱۰۰۲ (مقالات پوستری).
- کرمیان، آذر. (۱۳۹۴). کنترل از دیدگاه شونفلد. *مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، ۳۲* (۱۲۰)، ۴۴-۴۶.
- کلمنتس، ام. ای و الرتون، ان. اف. (۱۳۹۳). *پژوهش در آموزش ریاضی: گذشـــته، حال و آینده* (ترجمهٔ امیرحسین آشنا). انتشارات کارآفرین. (اثرأصلی در سال ۱۹۹۶ منتشر شده است).
- مجدی، زهرا.، مالمیر، ســـمانه و آشنا، امیرحســـین. (۱۳۹۵). *تحلیل خطای حل مسائل کلامی دانش‌آموزان کلاس چهارم ابتدایی*. چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شیراز.
- نادری، عزت الله و سیف نراقی، مریم.(۱۳۸۴). *روش‌های تحقیق و چگونگی اندازه‌گیری آن در علوم انسانی*. نشر بدر.
- یزدانفر، محســـن. (۱۳۹۲). *بررسی توانایی و معناداری مدل حل مسئله شـــونفلد در تحلیل ناتوانایی‌های دانشجویان دختر در حل مسئلهٔ ریاضی*. اولین همایش منطقه‌ای رویکردهای ارزیابی در علوم پایه، آموزشکدهٔ فنی و حرفه‌ای سما، دانشگاه آزاد اسلامی، اهواز.

- Clements, M. A. (1980). Analysing children's errors on wri mathematical tasks. *Educational Studies in Mathematics, 11*(1), 1-21.
- Desoete, A. (2008). Multi-method assessment of metacognitive skills in elementary school children: How you test is what you get. Metacognition and Learning, DOI.10.1007/s11409-008-9026-0.
- Jha, S. K. (2012). Mathematics Performance of Primary School Students in Assam (India) An Analysis Using Newman Procedure. *International Journal of Computer Applications in Engineering Sciences,* 2(1).
- Newman, M. A., (1977). An analysis of sixth-grade pupils- errors on written mathematical tasks. *Victorian Institute for Educational Research Bulletin, 39*, 31-43.
- Ozsoy, Gokhan., & Aysegul, Ataman. (2009). The effect of metacognitive strategy training on mathematical problem solving achievement. *International Electronic Journal of Elementary Education.*

■ Rohmah, Mushlihah., & Sutiarso, Sugeng. (2017). Analysis Problem Solving in Mathematical Using Theory Newman. Lampung University (Peoples' Friendship University of Lampung), Lampung, INDONESIA.

■ Rokhimah. S., Suyitno, A., & Sukestiyarno, Y. L. (2015). Students Error Analysis in Solving Math Word Problems of School Arithmetic Material For Grade Based On Newman Procedure. Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Semarang State University.

■ Schoenfeld. A., (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press, INC

■ Zakaria, E., (2010). Analysis of Students' Error in Learning of Quadratic Equations. *International Education Studies,* (3) 3.

پی‌نوشت‌ها

1. Schoenfeld
2. George Polya
3. National Council of Teachers of Mathematics (NCTMT)
4. mathematical problem solving
5. resources
6. heuristics
7. control
8. belief systems
9. Newman's Error Analysis
10. reading
11. comprehension
12. transformation
13. process skills
14. encoding
15. Rokhimah
16. Jha
17. Desoete
18. Ozsoy
19. Rohmah & Sutiarso
20. U Mann-Whitney test
21. Content Validity Ratio (CVR)
22. Lawshe