

شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان پایه هشتم در مهارت‌های هندسی در هندسه و استفاده از نظریه ون هیلی برای ارتقاء و بهبود سطح مهارت‌های هندسی دانش‌آموزان

■ وحید عالمیان* ■ محمد سیدی** ■ ملوک حبیبی***

چکیده:

مدل ون هیلی یک مدل یادگیری است که انواع متفاوت تفکر را که دانش‌آموزان هنگام روبرو شدن با شکل‌های هندسی تجربه می‌کنند، عرضه می‌دارد و از مرحله برخورد بصری با شکل هندسی تا درک صوری اثبات هندسی را شامل می‌شود. بدفهمی‌ها ممکن است باعث سردرگمی و شکست دانش‌آموزان در حل مسائل شوند. گاهی نیز به دلیل ماهیت بهم‌پیوسته مفاهیم ریاضی، بدفهمی‌ها باعث ایجاد مشکل در یادگیری‌های آتی دانش‌آموزان می‌شوند.

هدف این پژوهش شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان پایه هشتم در مهارت‌های هندسی درس هندسه و استفاده از نظریه ون هیلی برای ارتقا و بهبود سطح مهارت‌های هندسی دانش‌آموزان بوده است. جامعه آماری آن دانش‌آموزان پسر پایه هشتم متوسطه دوره اول ناحیه یک شهرستان سنندج بودند که در سال تحصیلی ۹۶-۱۳۹۵ تحصیل می‌کردند. نمونه مورد نظر به صورت تصادفی خوشه‌ای به تعداد ۳۱۸ نفر در نظر گرفته شد. این مطالعه از نظر هدف کاربردی، از نظر اجرا توصیفی، و از نوع زمینه‌یابی است. ابزار اندازه‌گیری این پژوهش آزمون کتبی بوده است. ضریب آلفا کرونباخ $0/۸۹۶$ به دست آمد. نتایج به دست آمده از این پژوهش نشان داد که اغلب دانش‌آموزان خطاهای متعددی در مباحث هندسه و مهارت‌های هندسی داشتند. میانگین نمرات دانش‌آموزان گروه آزمایش در بدفهمی‌ها پایین‌تر از میانگین نمرات دانش‌آموزان گروه گواه بود. بین عملکرد دانش‌آموزان گروه کنترل و آزمایش در سطوح تفکر ون هیلی تفاوت معناداری در سطح $0/۰۵$ وجود داشت. این تفاوت به سود دانش‌آموزان گروه آزمایش بود. همچنین، بین عملکرد دانش‌آموزان دو گروه در مهارت‌های هندسی تفاوت معناداری در سطح $0/۰۵$ به سود دانش‌آموزان گروه آزمایش وجود داشت. بنابراین اگر معلمان اگر از مدل ون هیلی در جهت آموزش مفاهیم و مهارت‌های هندسی استفاده کنند تا حدی بدفهمی‌های دانش‌آموزان کاهش می‌یابد.

کلید واژه‌ها:

بدفهمی، هندسه، نظریه ون هیلی، مهارت‌های هندسی

□ تاریخ دریافت مقاله: ۹۶/۱۰/۲۵ □ تاریخ شروع بررسی: ۹۶/۱۲/۲۶ □ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۷/۵/۱۵

* استادیار گروه ریاضی دانشگاه فرهنگیان (نویسنده مسئول) vahid_alamian@yahoo.com

** کارشناس ارشد رشته ریاضی دانشگاه فرهنگیان

*** استادیار گروه ریاضی دانشگاه فرهنگیان

مقدمه

ریاضیات، یکی از مهم‌ترین مؤلفه‌های فرهنگی جوامع مدرن امروزی است (وایلدر^۱، ۱۹۶۸، به نقل از صباغی، ۱۳۹۳). هدف کلی ریاضیات این است که فرد را قادر سازد که دانش ریاضیاتی لازم در زندگی روزمره را فراگیرد، نحوهٔ حل مسائل را آموزش دهد، باعث شود که یادگیرنده روشی برای حل مسائل داشته باشد و روش‌های استدلال را فراگیرد (التون^۲، ۲۰۰۸، به نقل از آزر^۳، ۲۰۱۲).

هندسه شاخهٔ مهمی از ریاضیات است و مهارت‌های هندسی به عنوان مهارت‌های اصلی ریاضیات شناسایی شده‌اند. هندسه برای دانش‌آموزان از آن رو اهمیت دارد که در سایر شاخه‌های ریاضی هم تأثیر دارد. اساساً یادگیری هندسه دو هدف دارد: یکی توسعهٔ مهارت تفکر و دیگری شکل‌گیری شهود فضایی. منظور از شهود فضایی آن است که فرد چگونه فضا و ناحیه (مساحت‌ها) را در دنیای واقعی می‌نگرد (شوارد و هنگ^۴، به نقل از الکس و مامن^۵، ۲۰۱۶).

هر جا آموزش و یادگیری در میان باشد، فراگیری ناقص و نارسای برخی مطالب و مفاهیم بسیار امکان‌پذیر است. بنابراین، بدفهمی‌ها و ناتوانی‌های ناشی از آن‌ها هم اتفاق می‌افتند. پنداشت‌های غلط و بدفهمی در ریاضیات، بنا بر دلایل مختلف و با شیوه‌های متفاوت، توسط معلمان و شاگردان بروز می‌کند و عرصهٔ آن از اشکالات و ابهامات جزئی تا ناتوانی‌های گسترده و مهم تغییر می‌کند (علم‌الهدایی، ۱۳۸۸).

مایکل^۶ (۲۰۱۱، به نقل از لونت^۷، ۲۰۱۵) بدفهمی را این‌گونه تعریف می‌کند: مشکلات مفهومی یا استدلالی که مانع از تسلط دانش‌آموزان در هر رشته‌ای می‌شود. سوان^۸ (۲۰۰۱، به نقل از لونت^۷، ۲۰۱۵) بدفهمی را به‌عنوان مرحلهٔ طبیعی رشد و توسعهٔ مسائل مفهومی می‌نگرد. برای اینکه دانش‌آموزان بتوانند با مشکلات و دشواری‌های مفهومی زیربنایی مواجه شوند، فائق آمدن بر این بدفهمی‌ها ضروری است (وان درساند و نیوفوت^۹، ۲۰۰۳، به نقل از لونت^۷، ۲۰۱۵).

بدفهمی‌ها بخشی از فرایند یادگیری هستند که روی یادگیری‌های بعدی دانش‌آموزان تأثیر منفی می‌گذارد. بدفهمی‌ها ساختار شناختی محکمی دارند که به راحتی اصلاح نمی‌شوند و ناشی از بی‌دقتی و تصادفی نیستند. اشتباهات و خطاهای مفهومی سهوی نیستند، بلکه ناشی از فهم نادرست یا ناقص دانش‌جویان هستند. در واقع به عبارت دقیق‌تر، بدفهمی را می‌توان برداشت ناقص یا نادرست از یک مفهوم که سبب اشتباهات نظام‌مندی در عملکرد فرد می‌شود، تعریف کرد (آقاپور، ۱۳۸۸). گرابر و جانسون^۹ بدفهمی‌ها را در چهار گروه قرار می‌دهند: (بخشعلی‌زاده، ۱۳۹۲)

۱. **بیش تعمیمی:** دانش‌آموز مفهوم یا رویه‌ای که در یک وضعیت درست است را به وضعیتی دیگر تعمیم می‌دهد.

۲. **بیش تخصیصی:** دانش‌آموز محدودیتی را که ویژگی یک مفهوم یا رویه نیست به آن نسبت می‌دهد.

۳. ترجمه نادرست: دانش‌آموز در ترجمه واژگان، نمادها، جدول‌ها یا نمودارها اشتباه می‌کند.

۴. مفهوم‌سازی محدود: ریشه بدفهمی دانش‌آموز به درک نکردن مفهوم یا رویه برمی‌گردد.

یکی از راه‌های شناسایی ابعاد یادگیری دانش‌آموزان، توجه به اشتباهات مفهومی و خطاهایی است که آن‌ها مرتکب می‌شوند تحقیقات نشان داده‌اند، که با وجود تلاش‌های بسیار زیادی که برای پایین آوردن میزان اشتباهات دانش‌آموزان در درس ریاضی انجام شده، آموزش و یادگیری ریاضیات همچنان با اشتباه مفهومی همراه بوده است (کانسیز^{۱۰} و همکاران، ۲۰۱۱، به نقل از امیری، ۱۳۹۲).

شناسایی و کشف بدفهمی‌های دانش‌آموزان، برای معلمان ریاضی اهمیت زیادی دارد، زیرا آن‌ها می‌توانند تا حدودی روش تدریس خود را بر مبنای بدفهمی‌های دانش‌آموزان تعدیل کنند. تشخیص بدفهمی‌ها کمک خواهد کرد بفهمیم چه روشی، کی و کجا در یادگیری دانش‌آموزان مؤثر است. آگاهی از فرایندهای ذهنی آن‌ها به معلمان ریاضی کمک خواهد کرد درصدد ایجاد تغییرات مناسب در روش یادگیری و کشف روش‌های بهتر باشند و دانش‌آموزان را با هدف‌های عادی‌تر درس‌های ریاضی و ارتباط تنگاتنگ آن‌ها با دنیای واقعی آشنا سازند (آذرنگ، ۱۳۹۱).

مهارت‌های دیداری، شفاهی، ترسیمی، منطقی و کاربردی، پنج مهارت پایه در آموزش هندسه هستند که به توجه خاص نیاز دارند. توسعه بعضی از این مهارت‌ها از دوره‌های ابتدایی و راهنمایی شروع می‌شود و بعضی نیز در سطح آموزش متوسطه مطرح می‌شوند (غلام‌آزاد، ۱۳۷۹).

● **مهارت دیداری^{۱۱}**: بدون شک هندسه موضوعی دیداری است و این جنبه به‌عنوان ابزاری مقدماتی در اثبات‌ها بکار می‌رود.

● **مهارت شفاهی^{۱۲}**: درس هندسه از جمله درس‌هایی است که روی زبان تأکید دارد و دانش‌آموزان باید واژه‌های زیادی را یاد بگیرند و تعریف‌های دقیق و ویژگی‌های شکل‌ها و روابط بین آنها را توصیف کنند.

● **مهارت ترسیمی^{۱۳}**: درس هندسه باید برای دانش‌آموزان فرصتی فراهم آورد که ایده‌های خود را در قالب تصویر و نمودار بیان کنند. آن‌ها در آینده زندگی خود بیش از اثبات قضیه، نیازمند داشتن مهارت کافی در رسم تصویر از یک موقعیت هندسی هستند.

● **مهارت منطقی^{۱۴}**: هندسه یکی از موضوع‌های است که چگونگی تجزیه و تحلیل و تشخیص درستی آن را آموزش می‌دهد. متأسفانه بعضی از برنامه‌های درسی و بعضی از روش‌های تدریس دانش‌آموزان را به حفظ مفاهیم، و نه درک آن، سوق می‌دهد.

● **مهارت کاربردی^{۱۵}**: امروزه توصیف ریاضی پدیده‌ها «مدل‌سازی ریاضی» خوانده می‌شود. با تجزیه و تحلیل یک مدل، غالباً به اطلاعاتی در مورد پدیده اصلی می‌رسیم. یکی از بهترین

مثال‌های اولیه مدل‌سازی در کتاب اصول اقلیدس یافت شده است که ممکن است نتیجه تلاشش برای توصیف منطقی مدل‌سازی جهان بوده باشد. در حال حاضر، مدل‌سازی ریاضی در زمینه‌هایی مثل کشاورزی، زیست‌شناسی، جغرافیا، روان‌شناسی و کسب و کار مورد استفاده قرار می‌گیرد.

تحقیقات متعددی که در طول سالیان گذشته در کشورهای متفاوت انجام گرفته، بیانگر آن است که بسیاری از دانش‌آموزان در یادگیری هندسه مشکل دارند. نظریه ون‌هیلی شامل سطوح تفکری است که دانش‌آموزان در ضمن یادگیری هندسه از آن عبور می‌کنند. علاوه بر این توضیح می‌دهد چرا دانش‌آموزان در یادگیری هندسه با مشکل مواجه می‌شوند. این مدل نظری شامل سطوح تفکر و مراحل آموزشی است (ریحانی، ۱۳۸۴).

«سطوح تفکر» توصیفی از روش‌های تفکر است که در یادگیری هندسه یافت می‌شوند. این سطوح نشانگر میزان تفکر افراد نسبت به ایده‌های هندسی هستند، نه میزان دانش هندسی فرد. بنابراین، چگونگی تفکر هندسی و آموزش هندسه در برنامه ریاضی مدرسه‌ای از جایگاه ویژه‌ای برخوردار است و یکی از شناخته شده‌ترین نظریه‌ها بین نظریه‌هایی که در مورد آموزش هندسه و تفکر هندسی وجود دارند، نظریه ون‌هیلی است (مهدیان، ۱۳۹۵).

پیر ون‌هیلی^{۱۶} و همسرش دینا گلدوف ون‌هیلی^{۱۷} از جمله معلمانی بودند که در کلاس‌های درس هندسه متوجه مشکلات یادگیری دانش‌آموزان خود شدند و در نهایت تلاش آن‌ها برای رفع مشکلات یادگیری دانش‌آموزان خود، به تدوین نظریه‌ای در زمینه آموزش هندسه منجر شد. که تحقیقات بعدی صورت گرفته توسط باتیستا، کلمنتس، گلز^{۱۸} (۱۹۶۰) نشان دادند که این نظریه نقاط قوت زیادی در زمینه آموزش هندسه دارد (به نقل از ویسی، ۱۳۸۸).

مدل ون‌هیلی یک مدل یادگیری است. این مدل انواع متفاوت تفکر را که دانش‌آموزان هنگام روبرو شدن با شکل‌های هندسی تجربه می‌کنند، عرضه می‌کند و از مرحله برخورد بصری با شکل هندسی تا درک صوری اثبات هندسی را شامل می‌شود. ون‌هیلی ابتدا در پنج سطح از تفکر مدل خود را عرضه کرد، اما اینک مدل او با سه سطح از تفکر معرفی می‌شود که او آن‌ها را به ترتیب دیداری، توصیفی و نظری می‌نامد (فویز^{۱۹} و همکاران، ۱۹۸۸ و ون‌هیلی، ۱۹۸۶).

تقسیم کردن هندسه به سطوح متفاوت بر اساس تئوری ون‌هیلی، بسیار مناسب و منطقی است. دبیرستان‌های دوره دوم متوسطه با توجه به تخصصی بودن درس‌ها و موضوع‌های تدریس شده، باید تعیین کنند که دانش‌آموزان در چه سطحی هستند و می‌خواهند به چه سطح برسند، و تدریس هندسه را با آن منطبق سازند. سطوح ون‌هیلی که به‌طور یکسان برای هر دو جنس (مرد و زن) مناسب‌اند (هسیو^{۲۰}، ۲۰۱۵ به نقل از العبوس^{۲۱}، ۲۰۱۶) عبارت‌اند از: (ریحانی، ۱۳۸۴)

● **سطح ۱. تشخیص یا دیداری:** در سطح ۱، دانش‌آموزان هندسه را از طریق تجسم یاد می‌گیرند

(ون‌هیلی، ۱۹۸۴، به نقل از مرادی ویس، ۱۳۸۸). شکل‌ها بر اساس ظاهرشان قضاوت می‌شوند. کودک مستطیل را با شکل آن یاد می‌گیرد و برای او مستطیل متفاوت از مربع به نظر می‌رسد (ون‌هیلی، ۲، ۱۹۸۶).

● **سطح ۲. تجزیه و تحلیل:** در دومین سطح، شاید دانش‌آموزان درک کنند که ضلع‌های روبه‌رو و احتمالاً حتی قطرهای یک مستطیل متساوی هستند، اما متوجه نیستند که چگونه مستطیل‌ها با مربع‌ها یا مثلث‌های قائم‌الزاویه مرتبط‌اند. دانش‌آموزان ویژگی‌های شکل‌ها را تحلیل می‌کنند (هافر، ۳، ۱۹۸۱).

● **سطح ۳. استنتاج غیررسمی یا مرتب‌سازی:** دانش‌آموزان قادرند خواص مفاهیم، شکل‌ها و انواع تعریف‌های مجرد را به صورت منطقی مرتب کنند. همچنین قادر به تشخیص شرط لازم و کافی مجموعه‌ای از خواص در مفاهیم و شکل‌ها هستند (بورگر و شانسی، ۱۹۸۶ به نقل از مرادی ویس، ۱۳۸۸).

● **سطح ۴. استنتاج رسمی:** دانش‌آموزان می‌توانند اثبات کنند، نقش تعریف‌ها، قضیه‌ها و معنی لازم و کافی را می‌دانند (میسون، ۴، ۱۹۹۸). در این سطح استنتاج معنی‌دار می‌شود. دانش‌آموزان اهمیت استنتاج و نقش فرض‌ها، اصول موضوعه، قضایا و اثبات‌ها را درک می‌کند (هافر، ۱۹۸۱).

● **سطح ۵. دقت:** دانش‌آموزان جنبه‌های رسمی اثبات، مثل مقایسه و ایجاد سیستم‌های ریاضی، را درک می‌کنند. در این سطح، دانش‌آموز اهمیت اثبات غیرمستقیم و اثبات مستقیم را می‌فهمد و می‌تواند هندسه ناقلیدسی را درک کند (میسون، ۱۹۹۸).

ون‌هیلی‌ها در تحقیقات خود متوجه شدند، استدلال‌های رسمی در هندسه به صورت طبیعی در کودکان اتفاق نمی‌افتد و برای این کار نظامی تربیتی مورد نیاز است. آن‌ها بر نقش آموزش و اهمیت کسب تجربه توسط یادگیرنده برای سهولت عبور از سطحی به سطح دیگر تأکید بسیار داشتند. این امر با نقش آفرینی معلم و از طریق طراحی فعالیت‌های مناسب برای یادگیرندگان سطوح متفاوت امکان پذیر است (ریحانی، ۱۳۸۴).

بخشی از کار ون‌هیلی درباره تئوری ون‌هیلی است که شامل پنج مرحله آموزشی است. این مراحل برای معلمان طراحی شده تا به دانش‌آموزان کمک کنند، از یک مرحله به مرحله بعدی بروند (فویز^{۲۵} و همکاران، ۱۹۸۴ به نقل از شریف‌پور، ۱۳۹۳). این مراحل عبارت‌اند:

۱. **کسب اطلاعات:** معلم و دانش‌آموزان مشغول گفتگو و فعالیت در مورد موضوع‌های مورد مطالعه می‌شوند و دانش‌آموزان با زمینه کار آشنایی پیدا می‌کنند.

۲. **جهت‌دهی:** دانش‌آموزان هر مبحث مورد مطالعه را از طریق فعالیت‌هایی که معلم طراحی کرده

است، توسعه می‌دهند و یاد می‌گیرند.

۳. **شفاف‌سازی:** دانش‌آموزان از روابط بین اجزا آگاه می‌شوند و می‌کوشند آن‌ها را به زبان خود بیان کنند. معلم جمله‌هایی را که دانش‌آموزان به کار می‌برند، پالایش می‌کند و جمله‌های جدیدی به کار می‌برد.

۴. **جهت‌گیری آزاد:** دانش‌آموزان به فعالیت‌ها و تکالیف‌هایی گماشته می‌شوند که می‌توانند آن‌ها را با روش‌های متفاوت و با استفاده از دانش، مهارت‌ها و رابطه‌هایی که قبلاً آموخته‌اند، انجام دهند.

۵. **تلفیق:** دانش‌آموزان قادرند دانش و اطلاعات و روابط جدید را در قالب یک کل جدید و یکپارچه ببینند. به عبارت دیگر، آن‌ها همه آنچه را که در مورد یک موضوع یاد گرفته‌اند، باهم تلفیق می‌کنند.

ویژگی‌های مدل ون‌هیلی

۱. **دنباله‌ای بودن سطوح:** تفکر هندسی سلسله‌مراتبی هستند یعنی یک دانش‌آموز نمی‌تواند در سطح n ون‌هیلی باشد بدون اینکه $n-1$ سطح قبلی را طی کرده باشد (تامپسون، ۲۰۰۶ به نقل از شریف‌پور، ۱۳۹۳).

۲. **زبان‌شناختی بودن:** هر سطح دارای نمادهای زبانی خاصی است و افرادی که در سطوح متفاوت هستند، نمی‌توانند یکدیگر را درک کنند (میسون، ۲۰۰۲، به نقل از صباغی، ۱۳۹۳).

۳. **عدم وابستگی به سن:** سطوح تفکر هندسی ون‌هیلی به سن وابسته نیستند و در عوض، به تجربیاتی بستگی دارند که دانش‌آموزان کسب کرده‌اند.

۴. **تمایز بودن ماهیت درونی و ماهیت بیرونی:** ون‌هیلی‌ها تأکید می‌کنند، سطوح به وسیله تفاوت در موضوع تفکر از یکدیگر تمیز داده می‌شوند. برای مثال، در سطح یک، فقط شکل ظاهری درک می‌شود، درحالی‌که شکل بهوسیله خواص خود تعیین می‌شود. این مطلب تا سطح دو که شکل به وسیله اجزا و مؤلفه‌هایش تجزیه و تحلیل و خواص آن کشف می‌شود، به دست نمی‌آید (ریحانی، ۱۳۸۴).

۵. **نبودن مطابقت:** دو شخص که در سطوح متفاوت استدلال قرار دارند، نمی‌توانند یکدیگر را درک کنند. اگر در یک کلاس درس، معلم و سایر دانش‌آموزان در سطوح متفاوتی از تفکر باشند، با نمادهای متفاوت زبانی و شبکه‌های ارتباطی متفاوت با هم ارتباط برقرار می‌کنند و در نتیجه، نه معلم و نه دانش‌آموز، همدیگر را درک نمی‌کنند (میسون، ۱۹۹۸).

۶. **نقش معلم:** پژوهشگران نقش معلم را به گونه‌های متفاوت توصیف کرده‌اند. فرودنتال (به نقل

از: صباغی، (۱۳۹۳) نقش معلم را نوعی راهنما می‌داند که مسیر یادگیری را به دانش‌آموزان نشان می‌دهد. در این نقش معلم این امکان را فراهم می‌کند که دانش‌آموزان در مسیر مشخص تری حرکت کنند و مفاهیم ریاضی را در ذهن خود بیورانند.

طبیعی است که انسان در جریان ساخت و ساز دانش خود، به فهم‌ها و بدفهمی‌های مختلفی می‌رسد. باید در نظر داشت که بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ریاضی، اشتباهات سهوی نیستند که با تکرار و تمرین قابل اصلاح باشند. در ساختارها یا طرح‌واره‌های ذهنی دانش‌آموزان ریشه دارند. برای اصلاح آن‌ها نیز نیازمند تحقیقاتی هستیم که هم بدفهمی‌ها را شناسایی کنند و هم دلایل شکل‌گیری آن‌ها را روشن سازند تا بتوان با استناد به یافته‌های پژوهشی، برای رویارویی مناسب به برنامه‌ریزان درسی و مؤلفان کتاب‌های درسی ریاضی، رهنمودهای اجرایی ارائه داد.

از آنجاکه هدف این پژوهش شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان و استفاده از نظریه ون‌هیلی برای درک هندسی آن‌هاست، لذا امید می‌رود نتایج پژوهش رویکرد نوینی را برای آموزش هندسه ارائه دهد که با بهره‌گیری از آن بتوان پاره‌ای از مشکلات معلمان را در فرایند آموزش هندسه رفع کرد. در ادامه مدلی برای شناسایی سطوح تفکر هندسی دانش‌آموزان، طراحی مراحل آموزشی و یادگیری درس هندسه به معلمان ارائه می‌شود که به کمک آن می‌توانند زمینه‌های ایجاد علاقه و انگیزه در دانش‌آموزان نسبت به هندسه، تقویت مهارت‌های هندسی دانش‌آموزان و بالا بردن سطوح تفکر هندسی آنان را فراهم آورند.

تحقیقات داخلی و خارجی انجام گرفته در رابطه با بدفهمی و ون‌هیلی

پژوهش ویسی در سال ۱۳۸۸ بررسی میزان «تأثیر آموزش به کمک هندسه پویا مبتنی بر نظریه ون‌هیلی بر رشد تفکر هندسی دانش‌آموزان سال سوم راهنمایی کلاتران» را مورد بررسی قرار داد. نتایج پژوهش نشان داد که بین عملکرد دانش‌آموزان دو گروه در مهارت‌های دیداری، شفاهی، ترسیم و منطقی تفاوت معناداری در سطح ۵/۰٪ به سود دانش‌آموزان گروه آزمایش وجود دارد. اما در مهارت کاربرد تفاوت معناداری وجود ندارد.

پژوهش العبوس (۲۰۱۶) که به «بررسی تأثیر مدل ون‌هیلی بر یادگیری مفاهیم هندسی، و بررسی نگرش‌ها در مورد هندسه، و اثر انتقال یادگیری دانش‌آموزان سه پایه اول «در اردن است نشان داد تفاوت‌های معناداری بین عملکرد هرکدام از دو گروه پژوهش در مقیاس یادگیری مفاهیم هندسی، به نفع گروه آزمایش وجود دارد، این گروه با استفاده از مدل ون‌هیلی آموزش داده شده بودند. همچنین تفاوت‌های معناداری بین عملکرد دو گروه پژوهش در مقیاس نگرش در مورد هندسه به نفع گروه آزمایش که با مدل ون‌هیلی آموزش داده شده بودند وجود داشت. همچنین تفاوت‌های معناداری بین عملکرد هرکدام از دو گروه پژوهش در آزمون انتقال یادگیری به نفع گروه آموزش داده شده با مدل

ون‌هیلی مشاهده شد.

ولو، کریشناسامی و عبدالله^{۲۶} (۲۰۱۵) تحقیقی تحت عنوان «حل مسئله» انجام دادند. هدف این پژوهش تشخیص میزان دشواری و میزان خطاها بر اساس نمادها، نمودارها و حل مسئله در ریاضیات بود. تحلیل محتوا نشان داد که ۵۲ نفر (۵۷٪) دچار خطاهای مفهومی شده بودند، ۲۲ نفر (۲۴٪) خطاهای سهوی داشتند، ۱۲ نفر (۱۳٪) خطاهای حل مسئله داشتند، و ۵ نفر (۶٪) خطاهای مقداری داشتند. مهم‌ترین علل ارائه‌شده برای این خطاها عبارت‌اند از: عدم فهم، فراموش کردن رویه حل مسائل، ناتوانی در فهم کامل اطلاعات سؤال، بی‌دقتی، و جواب دادن بر اساس حدس و گمان. این پژوهش در فرآیند یادگیری دانش‌آموزان و فهم نمودارها کاربرد دارد، زیرا در زندگی روزانه از نمودارها برای مدیریت، انتقال و تحلیل اطلاعات استفاده‌های گسترده‌ای می‌شود.

پژوهش آزمون (۲۰۱۲)، «تصورات نادرست در مورد هندسه و راه‌حل‌های پیشنهادی برای دانش‌آموزان دوره هفتم» بود. نتایج به‌دست‌آمده از این پژوهش نشان داد که دانش‌آموزان متوسطه دوره هفتم شماری تصورات نادرست دارند، فاقد دانش زمینه‌ای کافی و فاقد استدلال هستند، و دچار اشتباهاتی در عملیات پایه‌ای در موارد مذکور می‌شوند.

روش پژوهش

ابتدا آزمونی محقق ساخته برای شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان به عمل آمد و روایی و پایایی آن بررسی شد. با این آزمون، بدفهمی‌های دانش‌آموزان شناسایی شدند. سپس دو گروه آزمایش و کنترل از دانش‌آموزانی که بیشترین بدفهمی را در مهارت‌های هندسی داشتند، انتخاب شدند. روی گروه آزمایش به مدت هفت جلسه آموزش به کمک طرح درس مبتنی بر مدل ون‌هیلی و برای گروه گواه هفت جلسه تدریس به روش سنتی اجرا شد. در آخر، پس از آزمون بین دو گروه و سنجش عملکرد آن‌ها نسبت به هم انجام شد. جامعه آماری در این پژوهش دانش‌آموزان پسر پایه هشتم ناحیه یک شهرستان سنندج که در سال تحصیلی ۹۶-۱۳۹۵ تحصیل می‌کردند و تعدادشان ۱۸۶۵ نفر بود. نمونه مورد نظر نیز شامل تمام دانش‌آموزان چند دبیرستان می‌باشد که به‌صورت تصادفی خوشه‌ای انتخاب شدند.

● **نمونه:** برای تعیین نمونه، بر اساس جدول مورگان و فرمول شارل کوکران، ۳۱۸ نفر به‌صورت تصادفی خوشه‌ای انتخاب شدند. در آغاز از این تعداد یک پیش‌آزمون به عمل آمد و دو گروه ۲۵ نفره (آزمایش و گواه) جمعاً ۵۰ نفر که بیشترین بدفهمی را داشتند، در نظر گرفته شدند. این تعداد نمونه برای پژوهش حاضر، بر مبنای حداقل تعداد پیشنهادی برای گروه‌های مورد مقایسه در مطالعات آزمایشی، از جمله مطالعات شبه تجربی، انتخاب شدند. بر اساس نظر (گال، بورگ و گال^{۲۷}، ۱۹۹۷/۱۳۹۵) این تعداد نمونه برای تحقیقات تجربی کافی است.

● **روایی:** برای تعیین روایی ابزار مورد استفاده در این پژوهش، از روایی محتوایی^{۲۸} (CVI)

استفاده شد. روایی محتوایی بدین معناست که معین کنیم سؤالات انتخاب شده در آزمون یا پرسش‌نامه تا چه حد نماینده و معرف مجموعه سؤالات ممکن از موضوع موردنظر است. در این پژوهش، روایی محتوایی آزمون توسط هشت نفر که استادان و دبیران ریاضی بودند، بررسی شد. در کل تعداد سؤالات پیش‌آزمون در مرحله اول ۲۹ سؤال بود که چون روایی محتوایی ۹ سؤال آن کمتر از ۰/۷۹ بود، آن ۹ سؤال حذف شدند.

● **پایایی:** برای بررسی پایایی پیش‌آزمون و پس‌آزمون، پس از اجراء در نمونه‌های اولیه شامل ۲۰ و ۱۵ نفر از دانش‌آموزان پایه هشتم از «روش برآورد ضریب آلفای کرونباخ» استفاده شد. ضریب آلفای کرونباخ آزمون به ترتیب ۰/۸۶۲ و ۰/۷۵۴ به بدست آمد که این مقدار وضعیت مناسبی را در مورد پایایی آزمون‌ها نشان می‌دهد.

● **روش اجرا:** در مرحله اول، نوع بدفهمی‌های دانش‌آموزان پایه هشتم در زمینه هندسه، با استفاده از یک آزمون محقق ساخته که یک نمونه ۳۱۸ نفری از دانش‌آموزان پایه هشتم این شهرستان در آن شرکت کردند، شناسایی شدند. پس از مشخص شدن نوع بدفهمی‌های دانش‌آموزان در مهارت‌های هندسی، به منظور اصلاح و جلوگیری از بروز بدفهمی‌ها، روش تدریس مبتنی بر مدل ون‌هیلی مورد استفاده قرار گرفت.

مرحله دوم این پژوهش روش تدریس پیشنهادی محقق را بررسی کرد. به این صورت که یک نمونه ۵۰ نفری از دانش‌آموزان پایه هشتم که بیشترین بدفهمی را داشتند، انتخاب و به دو گروه هم‌سنگ به نام‌های آزمایش و کنترل تقسیم شدند، به دانش‌آموزان گروه کنترل مباحث‌های هندسه، بدون گوشزد کردن بدفهمی‌ها، به روش سنتی تدریس شد. در گروه آزمایش مباحث هندسه با گوشزد کردن بدفهمی‌ها و براساس مدل ون‌هیلی تدریس شد. سپس با انجام آزمونی هماهنگ بین این دو گروه، عملکرد دانش‌آموزان سنجیده شد.

فرضیه‌های پژوهش

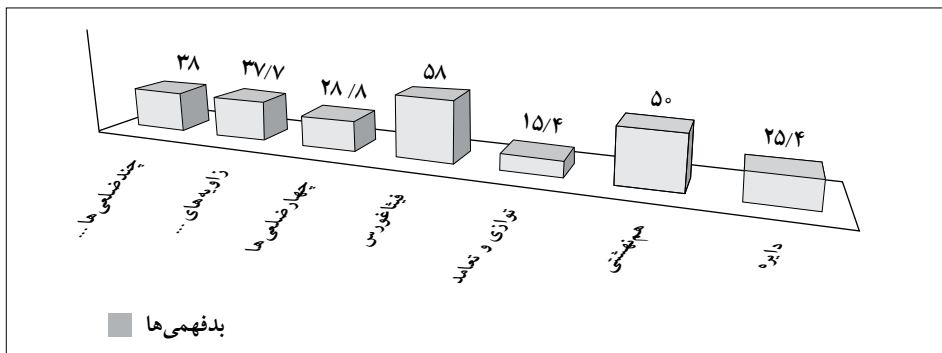
۱. شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان در مهارت‌های هندسی آن‌ها تأثیر دارد.
۲. آموزش به کمک مدل ون‌هیلی در کاهش بدفهمی‌ها تأثیر دارد.
۳. آموزش به کمک مدل ون‌هیلی در مهارت‌های هندسی دانش‌آموزان تأثیر دارد.

یافته‌های تحقیق

نتیجه اجرای آزمون محقق ساخته شناسایی ۱۳ نوع بدفهمی در مهارت‌های هندسی بود که عبارتند از:

۱. درک نادرستی از تعریف چندضلعی‌ها دارند.
۲. خط‌های تقارن و داشتن یا نداشتن مرکز تقارن در شکل‌ها را به درستی تشخیص نمی‌دهند.

۳. تصور می‌کنند هر نقطه که در فضای داخلی شکل قرار گیرد، مرکز تقارن است.
۴. درک درستی از زاویه ندارند.
۵. از نقاله به درستی استفاده نمی‌کنند (با توجه به اینکه روی نقاله دو ردیف عدد نوشته شده است).
۶. درک نادرستی از تعریف برخی از چهارضلعی‌های خاص دارند. مثلاً فکر می‌کنند لوزی نوعی چهارضلعی با ضلع‌های روبروی موازی است که چهار ضلع برابر دارد و زاویه قائمه ندارد.
۷. مربع را از دسته مستطیل‌ها جدا می‌دانند.
۸. پس از نوشتن رابطه فیثاغورس، در جاگذاری اندازه‌های اضلاع دچار اشتباه می‌شوند.
۹. در شکل‌های شلوغ خط‌های موازی و مورب را به درستی تشخیص نمی‌دهند.
۱۰. درک درستی از اثبات ندارند.
۱۱. مشکل دیگر بیشتر دانش‌آموزان در مورد هم‌نهستی دو مثلث است. در تشخیص دو مثلث، اگر مثلث‌ها کاملاً جدا از هم باشند، به راحتی آن‌ها را می‌بینند، اما اگر دو مثلث در یک ضلع یا یک زاویه مشترک باشند، تشخیص آن‌ها برایشان بسیار مشکل می‌شود. و چون دقیقاً نمی‌دانند چه کاری می‌خواهند انجام دهند، دو مثلث دیگر را که آشکار هستند، به اشتباه در نظر می‌گیرند.
۱۲. تفاوت اندازه و طول کمان را تشخیص نمی‌دهند.
۱۳. عبارتهایی مانند «کمان نظیر به یک وتر» و «وتر نظیر به یک کمان» برایشان ناملموس است. با توجه به سرفصل کتاب درسی پایه هشتم، این ۱۳ نوع بدفهمی را به هفت دسته طبقه‌بندی کردیم که نمودار ۱ نوع بدفهمی‌ها و درصد میانگین هر کدام را به‌طور واضح نشان می‌دهد.



نمودار ۱. انواع بدفهمی‌ها و میانگین درصد بدفهمی‌های دانش‌آموزان پایه هشتم

همان‌طور که از نمودار ۱ مشخص است، بیشترین درصد بدفهمی‌ها به بدفهمی نوع چهارم، یعنی

شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان پایه هشتم در مهارت‌های هندسی در هندسه و استفاده از نظریه ون‌هیلی برای ارتقاء و بهبود سطح مهارت‌های هندسی دانش‌آموزان دانش‌آموزان

«رابطه فیثاغورس» مربوط است. کمترین درصد بدفهمی به بدفهمی نوع پنجم، یعنی «توازی و تعامل» مربوط است.

جدول ۱ میانگین نمرات بدفهمی‌ها دانش‌آموزان در پیش‌آزمون و پس‌آزمون در هفت دسته

میزان کاهش بدفهمی	انحراف معیار	میانگین نمرات بدفهمی‌ها	تعداد	آزمون‌ها	بدفهمی‌ها
۳/۷۲	۲/۰۴	۱۴/۹۲	۲۵	پیش‌آزمون	دسته اول
	۲/۷۴	۱۱/۰۲	۲۵	پس‌آزمون	
۲	۱/۳	۱۴/۶۵	۲۵	پیش‌آزمون	دسته دوم
	۲/۹۶	۱۲/۶۵	۲۵	پس‌آزمون	
۴/۵۵	۱/۵	۱۳/۶۱	۲۵	پیش‌آزمون	دسته سوم
	۱/۹۵	۹/۰۶	۲۵	پس‌آزمون	
۲/۷۷	۲/۳	۱۶/۲۲	۲۵	پیش‌آزمون	دسته چهارم
	۲/۷۸	۱۳/۴۵	۲۵	پس‌آزمون	
۱/۹۲	۱/۵۸	۱۱/۳۲	۲۵	پیش‌آزمون	دسته پنجم
	۲/۴۸	۹/۴	۲۵	پس‌آزمون	
۲/۱۱	۱/۳۲	۱۵/۵۱	۲۵	پیش‌آزمون	دسته ششم
	۲/۲۳	۱۳/۴	۲۵	پس‌آزمون	
۲/۰۷	۱/۰۵	۱۳/۱۱	۲۵	پیش‌آزمون	دسته هفتم
	۲/۷۵	۱۱/۰۴	۲۵	پس‌آزمون	

جدول ۱ نشان می‌دهد که میانگین نمرات بدفهمی‌های دانش‌آموزان در این هفت دسته

بدفهمی کاهش پیدا کرده و به ترتیب از دسته اول $3/72$ ، از دسته دوم 2 ، از دسته سوم $4/55$ ، از دسته چهارم $2/77$ ، از دسته پنجم $1/92$ ، از دسته ششم $2/11$ و از دسته هفتم $2/07$ کاسته شده است. بیشترین کاهش در بدفهمی‌های نوع سوم یعنی بدفهمی‌های مربوط به چهارضلعی‌ها، و کمترین کاهش در بدفهمی‌های نوع پنجم، یعنی بدفهمی‌های مربوط به توازی و تعامل بوده است. اما در کل، میانگین نمرات مهارت‌های هندسی دانش‌آموزان گروه آزمایش در پیش‌آزمون $5/48$ نمره بود که این مقدار در پس‌آزمون به $9/12$ نمره رسید و رشد $3/64$ نمره را به همراه داشت. اما در گروه کنترل، نمرات مهارت‌های هندسی پیش‌آزمون و پس‌آزمون به ترتیب $5/48$ و $6/28$ بود. همچنین، میانگین نمرات بدفهمی‌های دانش‌آموزان در گروه آزمایش در پیش‌آزمون $14/52$ نمره بود که در پس‌آزمون به $10/88$ نمره رسید، یعنی بدفهمی‌ها $3/64$ نمره کاهش یافت. اما در گروه کنترل، نمرات بدفهمی‌های پیش‌آزمون و پس‌آزمون به ترتیب $5/48$ و $6/28$ بود. همان‌طور که از داده‌ها معلوم است میانگین نمرات مهارت‌های هندسی دانش‌آموزان در مرحله پس‌آزمون نسبت به مرحله پیش‌آزمون بیشتر و نمرات بدفهمی دانش‌آموزان، در مرحله پس‌آزمون نسبت به مرحله پیش‌آزمون کمتر بوده است. این نشان می‌دهد که آموزش به کمک مدل ون‌هیلی در کاهش بدفهمی‌ها و همچنین افزایش مهارت‌های هندسی دانش‌آموزان تأثیر داشته است.

بررسی استنباطی داده‌ها

به منظور استفاده از آزمون‌های پارامتریک، برای بررسی تساوی واریانس نمرات مهارت‌های هندسی و بدفهمی‌ها، از «آزمون لوین» استفاده شد. نتایج آزمون لوین به این صورت بود: فرضیه آماری، یکسانی پراکندگی واریانس‌ها را در تمام سطوح متغیر مستقل مورد سنجش قرار می‌دهد. با توجه به مقدار $P = 0/051$ در بررسی واریانس‌های دو گروه در سطح $0/05$ فرض مساوی بودن واریانس‌های نمرات مهارت‌های هندسی و بدفهمی‌های دو گروه پذیرفته می‌شود.

به منظور بررسی نرمال بودن نمرات مهارت‌های هندسی و بدفهمی‌ها از «آزمون کلوموگروف اسمیرنوف» استفاده شد. طبق نتایج این آزمون مهارت‌های هندسی در گروه آزمایش $0/130$ و در گروه کنترل $0/176$ و بدفهمی‌ها در گروه آزمایش $0/130$ و در گروه کنترل $0/051$ به دست آمد. مقدار P مربوط به بدفهمی‌ها و مهارت‌های هندسی در هر دو گروه کنترل و آزمایش در سطح معناداری $0/05$ بیشتر بوده است که نتیجه می‌گیریم نمرات مهارت‌های هندسی و بدفهمی‌ها نرمال هستند.

بررسی فرضیه‌های پژوهش:

● فرضیه اول: شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان، در مهارت‌های هندسی آن‌ها تأثیر دارد.

جدول ۲. جدول ضریب همبستگی چندگانه و ضریب بتای بدفهمی‌ها و بدفهمی‌ها با مهارت‌های هندسی

سطح معناداری	ضریب F	مجذور ضریب همبستگی		ضریب همبستگی چندگانه	ضرایب بتا		متغیر پیش‌بین	شاخص آماری	متغیر ملاک
		چندگانه تعدیل شده	چندگانه		بتای استاندارد	بتای غیراستاندارد			
					۰/۰۲۰	۱۹/۹۵۴	عدد ثابت		مهارت‌های هندسی
۰/۰۰۳**	۲۱۸۸۱۴/۷۶۲	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۰۰۲	-۰/۹۹۶	بدفهمی‌ها		

**p < ۰/۰۱

جدول ۲ نشان می‌دهد، از بین متغیرهای مورد مطالعه، رگرسیون بهترین پیش‌بینی‌کننده مهارت‌های هندسی در بدفهمی‌ها بوده است. بر اساس نتایج تحلیل رگرسیون، ارتباط بین بدفهمی‌ها با مهارت‌های هندسی معنادار بوده است. بر این اساس، ضریب بدفهمی‌ها ۹۹/۹ درصد واریانس مهارت‌های هندسی را تبیین می‌کند. چون $p < ۰/۰۱$ معنادار بوده است، بنابراین رگرسیون قابل‌تعمیم به جامعه آماری می‌باشد. ضریب بتا به ازای یک واحد افزایش در بدفهمی‌ها، مهارت‌های هندسی را ۰/۹۹۹ واحد کاهش می‌دهد.

● فرضیه دوم: آموزش به کمک مدل ون‌هیلی در مهارت‌های هندسی تأثیر دارد.

جدول ۳. نتایج آزمون t نمونه‌های مستقل در مورد فرضیه‌های اول و دوم برای دو گروه کنترل و آزمایش

گروه	تعداد	متغیرها	میانگین	شاخص‌های آماری آزمون t	مقدار p برای بررسی واریانس‌های دو گروه
کنترل	۲۵	بدفهمی	۱۴/۵۲	مقدار t درجه آزادی مقدار p	۰
		مهارت‌های هندسی	۵/۴۸		
آزمایش	۲۵	بدفهمی	۱۰/۸۸	۳/۳۳۶	۰/۰۰۲
		مهارت‌های هندسی	۹/۱۲	۳/۹۲۵	۰/۰۰۱

همان‌طور که از جدول ۳ پیداست، در مهارت‌های هندسی، با توجه به مقدار $p = ۰/۰۰۲$ که برای

واریانس‌های دو گروه در سطح معناداری ۰/۰۵ به دست آمده، پس فرض مساوی بودن واریانس‌های دو گروه رد می‌شود. حال برای بررسی وجود اختلاف میانگین، از مقدار p مربوط به آزمون t با واریانس‌های نابرابر استفاده می‌شود. داریم، پس فرض مساوی بودن میانگین‌ها رد می‌شود و در نتیجه فرض وجود اختلاف بین میانگین‌ها پذیرفته می‌شود. یعنی میانگین نمره کل مهارت‌های هندسی در گروه آزمایش بیشتر شده است. پس آموزش به کمک مدل ون‌هیلی توانسته است نمرات مهارت‌های هندسی دانش‌آموزان پایه هشتم را در مرحله پس‌آزمون را افزایش دهد.

● **فرضیه سوم:** آموزش به کمک مدل ون‌هیلی در کاهش بدفهمی دانش‌آموزان تأثیر دارد. همان‌طور که از جدول ۳ پیداست، در بدفهمی‌ها، با توجه به مقدار $p=۰/۰۰۲$ در سطح معناداری ۰/۰۵، فرض مساوی بودن میانگین‌های دو گروه رد می‌شود و در نتیجه فرض وجود اختلاف بین میانگین‌های دو گروه پذیرفته می‌شود. یعنی میانگین نمره کل بدفهمی‌ها در گروه آزمایش کمتر شده است. پس، آموزش به کمک مدل ون‌هیلی بر نمره بدفهمی‌های دانش‌آموزان تأثیرگذار است و می‌توان نتیجه گرفت که آموزش به کمک مدل ون‌هیلی توانسته است نمرات بدفهمی‌های دانش‌آموزان پایه هشتم در مرحله پس‌آزمون کاهش دهد.

■ بحث و نتیجه‌گیری ■

دانش‌آموزان پایه هشتم بدفهمی‌های زیادی در مهارت‌های هندسی دارند و دانش متناسب با موضوعات هندسی را ندارند. بیشترین بدفهمی‌ها به ترتیب در مهارت‌های کاربردی، منطقی و ترسیمی مشاهده می‌شوند. نتایج حاصل از این قسمت با یافته‌های پژوهش‌های ویسی (۱۳۷۸)، لونت، (۲۰۱۴)، آرم، (۲۰۱۲) مطابقت ندارد.

اگرچه ممکن است نتوان همواره از بروز بدفهمی‌ها جلوگیری کرد، ولی می‌توان در جهت اصلاح آن‌ها قدم برداشت. برای مثال، انجام فعالیتی که در آن از دانش‌آموز خواسته می‌شود درستی یا نادرستی قانونی را در وضعیت‌های متفاوت بررسی کند، این امکان را فراهم می‌سازد که اعتبار تعمیم‌ها بررسی و از قوت بدفهمی‌ها در ذهن کاسته شود. انجام فعالیت‌هایی که در آن‌ها از دانش‌آموزان خواسته می‌شود بر فرایندها و اعمال خود نظارت داشته باشند و آن‌ها را تحلیل کنند، می‌تواند به رفع اشتباهات، قبل از آنکه به بدفهمی تبدیل شوند، کمک کند.

لازم است دانش‌آموزان را در موقعیت‌هایی قرار دهیم که با تشخیص خطاها و بدفهمی‌ها احساس کنند فضای فراخ‌تری پیش روی آن‌ها باز شده است تا بتوانند

درباره بدفهمی‌های خود کاوش و بحث کنند. ایجاد فرصت آشنایی با بدفهمی‌ها و مثال‌هایی از این‌گونه، به دانش‌آموزان کمک می‌کند درک بهتری از مفهوم به دست آورند، بدفهمی خود را اصلاح کنند و دانش خود را از فرایندها افزایش دهند. از طریق درگیر کردن دانش‌آموزان با مفاهیم درست و نادرست، دانش‌آموز تصویری ذهنی از صورت نادرست مفهوم در ذهن خود ایجاد می‌کند و آن را با برچسب نادرست مشخص می‌کند. مواجهه با مثال‌های نادرست انگیزه تفکر و بررسی عمیق‌تر مفهوم را در دانش‌آموز ایجاد می‌کند.

برخی از بدفهمی‌ها برای مدت‌های مدید در فرد باقی می‌مانند. بدفهمی ایده‌ای شهودی است که دانش‌آموز در تجربه و تعامل با دنیای بیرونی در ذهن خود ساخته است. بدفهمی ناشی از آن است که دانش‌آموز مطلب را درک نکرده یا به‌غلط درک کرده است.

میانگین نمرات دانش‌آموزان گروه آزمایش در بدفهمی‌ها پایین‌تر از میانگین نمرات دانش‌آموزان گروه گواه بود. یعنی بین دو گروه از لحاظ بدفهمی تفاوت معناداری وجود دارد.

روش یادگیری هندسه که از طریق حفظ کردن و به خاطر آوری انجام می‌شود و معلم محور است، نمی‌تواند به دانش‌آموزان کمک کند سطح تفکر هندسی خودشان را تقویت کنند. روش سنتی یادگیری دانش‌آموزان را به استفاده از استدلال‌شان تشویق نمی‌کند و در نتیجه، دستیابی به سطوح بالاتر از تفکر هندسی را برای آنها دشوار می‌سازد.

بین میزان مهارت‌های هندسی دانش‌آموزانی که به کمک مدل ون‌هیلی و دانش‌آموزانی که به شیوه سنتی آموزش دیدند، تفاوت معناداری در سطح ۵/۰٪ وجود داشت.

دانش‌آموزان با ذهنی خالی در کلاس حاضر نمی‌شوند، بلکه با نظریه‌های ریاضی، و فرضیه‌های غیررسمی ساخته‌شده بر مبنای تجاربشان در کلاس حضور دارند. آن‌ها دانش پیشین خود را از مفاهیم ریاضی با خود به کلاس درس می‌آورند. تحقیقات نشان می‌دهند کار با دانش پیشین می‌تواند به درک عمیقی از مفاهیم منجر شود.

دانش ریاضی موجود دانش‌آموزان غالباً ناقص یا نادقیق است، یا احتمالاً دانشی که ما انتظار داریم، وجود ندارد. در چنین وضعیتی، ممکن است که دانش جدید نیز به‌صورت غیردقیق ساخته شود. بدفهمی‌های رایج در ریاضی و اشتباهات مفهومی،

به میزان قابل توجهی در میان دانش‌آموزان کم و بیش فراگیر است. از دلایل مهم این بدفهمی‌ها می‌توان به ضعف اطلاعاتی یا پایه‌ای دانش‌آموزان، روش‌های سستی تدریس، تغییر همه ساله کتاب‌های درسی، کتاب‌های کمک‌آموزشی و ضعف تدریس بعضی از دبیران ریاضی اشاره کرد. توجه به عواملی مانند تجدیدنظر در روش‌های تدریس ریاضی، توجه به یادگیری هوشمندانه و فهم رابطه‌ای به جای فهم ابزاری، فراهم کردن فضای کارگروهی در کلاس و ایجاد بحث و تبادل نظر، می‌تواند در کاهش دادن بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان مؤثر باشد.

نتایج تحقیق حاضر به دانش‌آموزان پایه هشتم چند مدرسه ناحیه یک شهرستان سمنجان مربوط است. لذا تعمیم نتایج آن به سایر دانش‌آموزان کشور و پایه‌های دیگر با محدودیت مواجه است. همه دانش‌آموزانی که در این پژوهش شرکت داشتند پسر بودند و نمی‌توان گفت آیا دانش‌آموزان دختر هم همین‌طور عمل می‌کنند یا خیر.

معلمان در کلاس‌های درس بررسی کنند که بدفهمی‌ها به چه دلایلی رخ می‌دهند، چگونه می‌توان از بروز آن‌ها پیشگیری کرد و چگونه می‌توان آن‌ها را برطرف ساخت. بنابراین لازم است معلمان با آگاهی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان، در طراحی هر واحد درسی به آن‌ها توجه داشته باشند و به‌گونه‌ای برنامه‌ریزی شده دانش‌آموزان را درگیر تحلیل این بدفهمی‌ها کنند. به منظور کاهش بدفهمی‌های دانش‌آموزان می‌توان از راهبردهای زیر در تدریس استفاده کرد: - اشتباهات دانش‌آموزان را بررسی کنیم تا درباره فرآیندهای فکری آن‌ها بینش لازم به دست آوریم. آموزش ریاضیات باید بر فرآیند و ساختار و نه پاسخ متمرکز باشد، دانش‌آموزان را باید تشویق کرد که تفکر و کار خود را بررسی کنند، تنها دنبال پاسخ درست نباشند، بلکه در جستجوی این باشند که چرا یک روش در یک موقعیت خاص مفید یا نامفید است. - بر تفاوت‌ها و شباهت‌ها تأکید کنیم هنگام تدریس، به‌ویژه هنگامی که احتمال اشتباه مفهومی زیاد است. تا تصورات مفهومی نادرست از ذهن دانش‌آموزان دور شود. - دانش قبلی شاگردان را فعال و مطالب جدید و قدیم ریاضی را یکپارچه کنیم و بیشتر از مطالب یادآور بهره بگیریم. - در کلاس از شیوه‌های پرسشگری و خود پرسشی استفاده کنیم..

منابع

- امیری، محسن. (۱۳۹۲). *مدل دوبعدی اشتباه مفهومی و خطا در ریاضی بر اساس نظریه تفکر هندسی ون‌هیلی و دانش مفهومی و رویه‌ای (پایان‌نامه کارشناسی ارشد)*. دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران.
- آذرنگ، یوسف. (۱۳۹۱). پیوستگی از شهود تا دقت. *رشد آموزش ریاضی*، ۲۶ (۳)، ۱۰-۱۵.
- آقاپور باینوجی، امین. (۱۳۸۸). *بررسی بدفهمی‌های دانش‌آموزان سال اول نظری در درس ریاضی (پایان‌نامه کارشناسی ارشد)*. دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرمان.
- بخشعلی‌زاده، شهرناز. (۱۳۹۲). *شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتوایی ریاضی (طرح پژوهشی)*. تهران: پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش.
- گال، مردیت؛ بورگ، والتر و گال، جویس. (۱۳۹۵). *روش‌های تحقیق کمی و کیفی در علوم تربیتی و روان‌شناسی (جلد اول، ترجمه جمعی از نویسندگان)*. تهران: سمت. (اثر اصلی در سال ۱۹۹۷ چاپ شده است).
- ریحانی ابراهیم. (۱۳۸۴). *معرفی نظریه پیازه و نظریه ون‌هیلی - ون‌هیلی در مورد یادگیری هندسه*. *رشد آموزش ریاضی*، ۲۲ (۸۰)، ۱۲-۲۲.
- شریف‌پور، شقایق. (۱۳۹۳). *مادری برای سنجش سطوح تفکر هندسی بر اساس سه سطح اول تئوری ون‌هیلی*. نخستین همایش ملی علوم تربیتی و روان‌شناسی، مردشت، شرکت اندیشه سازان مبتکر جوان.
- صباغی، زهرا. (۱۳۹۳). *خطاهای دانش‌آموزان در همنهشتی مثلث‌ها (پایان‌نامه کارشناسی ارشد)*. دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی.
- علم‌الهدایی، سیدحسن. (۱۳۸۸). *اصول آموزش ریاضی*. تهران: نما.
- غلام‌آزاد، سهیلا. (۱۳۷۹). *رویکردهای نوین آموزشی در هندسه*. *رشد آموزش ریاضی*، ۵۹ (۱۸-۲۵).
- مرادی ویس، اصغر. (۱۳۸۸). *مطالعه جایگاه هندسه مدرسه‌ای در برنامه درسی کارشناسی دبیری ریاضی مبتنی بر نظریه ون‌هیلی (پایان‌نامه کارشناسی ارشد)*. دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران.
- مهدیان، مصطفی؛ و محمد جواد، لیاقدار؛ و عریضی، حمیدرضا. (۱۳۹۵). *ارائه مدلی جهت رشد تفکر هندسی: تأثیر حافظه تصویری بر رشد تفکر هندسی از طریق معرفت‌شناسی علمی هندسه*. *مجله علوم تربیتی دانشگاه شهید چمران اهواز*، ۲۴ (۱)، ۴۵-۶۹.
- ویسی، شورش. (۱۳۸۸). *بررسی میزان آموزش به کمک هندسه پویا مبتنی بر نظریه ون‌هیلی بر رشد تفکر هندسی دانش‌آموزان سال سوم راهنمایی (پایان‌نامه کارشناسی ارشد)*. دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران.
- Alex, J. K., & Mammen, K. J. (2016). Lessons Learnt from Employing van Hiele Theory Based Instruction in Senior Secondary School Geometry Classrooms. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 12(8), 2223-2236
- Hoffer, A. (1981). Geometry Is More Than Proof. *Mathematics Teacher*, 74(1), 11-18.
- Luneta, K. (2015). Understanding students' misconceptions: an analysis of final Grade 12 examination questions in geometry. *Pythagoras*, 36(1), 1-11.
- Mason, M. (1998). The Van Hiele model of geometric understanding and mathematically talented students. *Journal for the Education of the Gifted*, 21(1), 38-53
- Özerem, A. (2012). Misconceptions in geometry and suggested solutions for seventh grade students. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 55, 720-729.
- Al-ebous, T. (2016). Effect of the Van Hiele Model in Geometric Concepts Acquisition: The Attitudes towards Geometry and Learning Transfer Effect of the First Three Grades Students in Jordan. *International Education Studies*, 9(4), 87-98.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Orlando, FL: Academic.

شناسایی بدخیمی‌های دانش‌آموزان پایه هشتم در مهارت‌های هندسی در هندسه و استفاده از نظریه ون‌هیلم برای ارتقاء و بهبود سطح مهارت‌های هندسی دانش‌آموزان دانش‌آموزان

- Veloo, A., Krishnasamy, H. N., & Abdullah, W. S. W. (2015). Types of student errors in mathematical symbols, graphs and problem-solving. *Asian Social Science*, 11(15), 324-334.

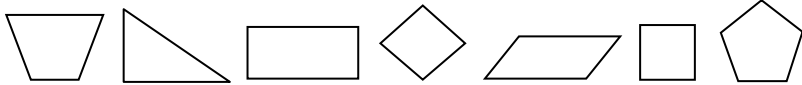
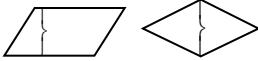

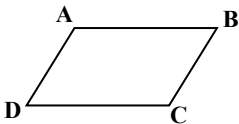
پی‌نوشت‌ها

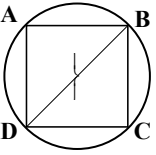
- | | |
|---------------------------------|---|
| 1. Wilder | 15. Applied Skills |
| 2. Altun | 16. Pierre van Hiele |
| 3. Özerem | 17. Dina van Hiele Geldof |
| 4. Shvard & Hong | 18. Batista, Clements, Gdz |
| 5. Alex, J. K., & Mammen, K. J. | 19. Fuys |
| 6. Michael | 20. Hsiu |
| 7. Luneta | 21. Tahani |
| 8. Swan | 22. van hiele |
| 9. Gerber & Johnson | 23. Hofer |
| 10. Kansyz | 24. Mason |
| 11. Visual Skill | 25. Fuzz |
| 12. Oral Skills | 26. Veloo, A., Krishnasamy, H. N., & Abdullah, W. S. W. |
| 13. Graphic Skill | 27. Borg & Gall |
| 14. Logical Skill | 28. Content validity index |

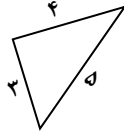
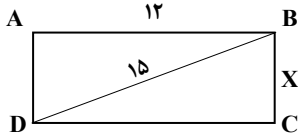
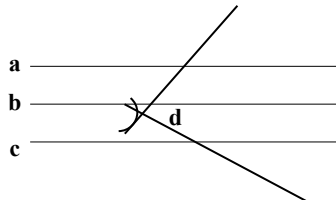
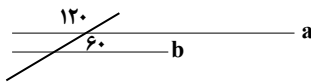
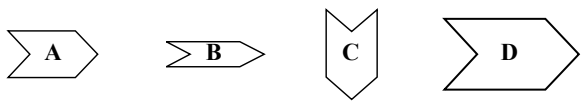
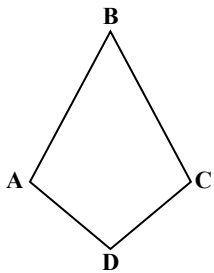
■ پیوست (۱) ■

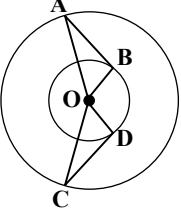
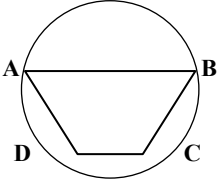
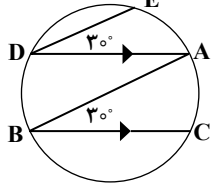
نمونه سؤالات پیش‌آزمون برای تشخیص بدفهمی‌ها در مهارت‌های هندسی

به نام خالق هستی

نام: نام خانوادگی: نام آموزشگاه: پایه هشتم	
دانش‌آموز عزیز، آزمونی که پیش روی شما قرار گرفته است از تعدادی سؤال ۴ گزینه‌ای و تعدادی سؤال تشریحی در مورد هندسه تشکیل شده است. ضمن مطالعه دقیق سؤالات خواهشمند است در جواب دادن به سؤالات سعی کنید کامل‌ترین جواب را بنویسید. جواب‌های واقعی و دقت نظر شما در جواب دادن به سؤالات ما را در انجام دادن هر چه بهتر یک کار تحقیقی یاری می‌نماید.	
۱	اسامی اشکال زیر را بنویسید. (مهارت دیداری) 
۲	در کدام شکل نقطه مشخص شده مرکز تقارن است. (مهارت دیداری) 
۳	قرینه شکل را نسبت به نقطه O رسم کنید. (مهارت ترسیم) 
۴	توضیح دهید که چگونه مرکز تقارن یک شکل را به دست می‌آوریم. (مهارت شفاهی)
۵	در شکل مقابل زاویه‌های مجاور ضلع AB را نام ببرید. 

<p>متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که یک زاویه آن 60° درجه و ضلع‌های این زاویه 3 و 5 سانتی‌متر باشند.</p>	<p>۶</p>
<p>با کدام نوع کاشی منتظم می‌توانیم یک صفحه را کاشی‌کاری کنیم. چرا؟ الف) ۵ ضلعی منتظم ب) ۶ ضلعی منتظم ج) ۷ ضلعی منتظم د) ۸ ضلعی منتظم</p>	<p>۷</p>
<p>اگر یک مربع را بچرخانیم آیا شکل جدید همچنان مربع است؟</p>	<p>۸</p>
<p>مربع و مستطیل از چه جهاتی مثل هم هستند؟ آیا تمام مربع‌ها، مستطیل هستند؟ چرا؟</p>	<p>۹</p>
<p>در شکل روبه‌رو همه رأس‌های یک لوزی به ضلع 4 سانتی‌متر روی دایره قرار دارد. الف) چرا این لوزی، مربع است؟ ب) چرا کمان $DB = 180^\circ$ است؟</p> 	<p>۱۰</p>
<p>متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که یکی از زاویه‌های آن قائمه باشد. چرا بقیه زاویه‌های آن حتماً قائمه هستند؟ توضیح دهید.</p>	<p>۱۱</p>

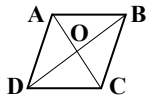
<p>۱۲</p> <p>آیا مثلث مقابل قائم‌الزاویه است. در صورت قائم‌الزاویه بودن، زاویه قائم آن را مشخص کنید.</p> 	
<p>۱۳</p> <p>ABCD مستطیل است مقدار X را به دست آورید.</p> 	
<p>۱۴</p> <p>در شکل زیر ۳ خط a, b, c با هم موازی هستند. اندازه زاویه مجهول را به دست آورید.</p> 	
<p>۱۵</p> <p>آیا دو خط a و b با هم موازی هستند؟</p> 	
<p>۱۶</p> <p>کدامیک از شکل‌های زیر با شکل A هم‌نهشت است.</p> 	
<p>۱۷</p> <p>در شکل زیر $AB=BC$ و $AD=DC$، آیا زاویه با زاویه مساوی است؟ چرا؟</p> 	

	<p>۱۸ ثابت کنید دو مثلث داده شده هم‌نهشت هستند.</p>
	<p>۱۹ اندازه همه زاویه‌های چهارضلعی را بنویسید. (کمان‌های AD و DC و CD مساویند و AB قطر دایره است.)</p>
	<p>۲۰ الف) در شکل مقابل چرا کمان‌های AE و AC برابرند؟ ب) اندازه کمان BD چند درجه است؟</p>

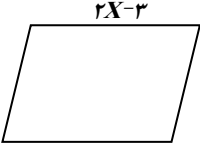
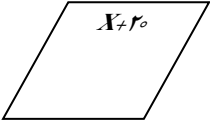
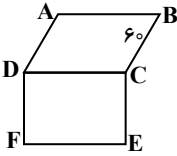
■ پیوست (۲) ■

نمونه طرح درس براساس نظریه آموزشی ون هیلی برای گروه آزمایش

طرح درس هندسه پایه هشتم بر اساس مدل ون هیلی	
موضوع: چهارضلعی‌ها	
وسایل مورد نیاز: پاورپوینت درس، مقوا، قیچی، وایت برد، کاغذ پوستی	
مرحله کسب اطلاعات	معلم: مربع چیست؟
	دانش آموز: شکلی است که چهار ضلع آن و چهار زاویه آن برابر است.
	معلم: متوازی الاضلاع چیست؟
	دانش آموز: چهارضلعی که ضلع‌های آن دو به دو موازی و مساوی است.
	معلم: لوزی چیست؟
	دانش آموز: شکلی که چهار ضلع آن با هم برابر است.
	معلم: آیا مربع و لوزی با هم متشابه هستند.
	دانش آموز: خیر مربع چهار زاویه آن برابر است ولی لوزی زاویه‌های روبه‌رو برابرند.
	معلم: آیا مربع و مستطیل با هم تفاوت دارند؟
	دانش آموز: بله مربع چهار ضلع آن برابر است ولی مستطیل ضلع‌های روبه‌رو برابرند.
معلم: آیا فکر می‌کنید که یک مربع، می‌تواند لوزی باشد؟	
دانش آموز: خیر	
معلم: آیا مستطیل می‌تواند یک متوازی‌الاضلاع باشد؟	
دانش آموز: خیر	

مرحله جهت‌دهی	<p>معلم: چهارضلعی‌ای که ضلع‌های روبه‌روی آن دوجه دو با هم موازیند، متوازی‌الاضلاع نام دارد. با توجه به تعریف آیا مستطیل یک نوع متوازی‌الاضلاع است؟</p>
	<p>با توجه به تعریف آیا مستطیل یک نوع متوازی‌الاضلاع است؟</p>
	<p>دانش‌آموز: بله می‌تواند متوازی‌الاضلاع باشد.</p>
	<p>معلم: متوازی‌الاضلاعی رسم کنید و مانند شکل مقابل آن را نام گذاری کنید.</p>
	<p>یک ورق کاغذ پوستی روی آن بگذارید و تصویر متوازی‌الاضلاع را رسم کنید.</p>
	<p>نوک مدادتان را روی نقطه O (محل برخورد قطر هاو مرکز تقارن شکل) قرار دهید و تصویر را ۱۸۰ درجه با توجه به انطباق شکل و تصویر، تساوی‌های زیر را کامل کنید.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>$\hat{B} = \dots\dots\dots \hat{A} = \dots\dots\dots \overline{AB} = \dots\dots\dots \overline{BC} = \dots\dots\dots$</p>
<p>هر یک عبارت‌های زیر، یکی از خاصیت‌های متوازی‌الاضلاع را بیان می‌کند. با توجه به تساوی‌های بالا، این عبارت‌ها را کامل کنید.</p>	
<p>در هر متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های روبه‌رو</p>	۱
<p>در هر متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های روبه‌رو</p>	۲
<p>در هر متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های مجاور</p>	۳
<p>پاره خط OA بر پاره خط منطبق می‌شود.</p>	۴
<p>پاره خط OB بر پاره خط منطبق شده است.</p>	۵
<p>با توجه به عبارت‌های ۴ و ۵ یک خاصیت دیگر متوازی‌الاضلاع را بنویسید. در هر متوازی‌الاضلاع،</p>	۶

		<p>معلم: خاصیت‌های متوازی‌الاضلاع را بنویسید.</p>
	<p>روی یک ورق کاغذ، مستطیلی به دلخواه رسم کنید و دور آن را ببرید. مستطیل را مانند شکل نام گذاری کنید. سپس آن را ابتدا روی یکی از خط‌های تقارن و سپس روی خط تقارن دیگر تا کنید.</p>	
<p>مرحله شفاف‌سازی</p>	<p>چرا در مستطیل قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند؟</p> <p>چون</p>	<p>معلم: دانش آموز:</p>
	<p>چرا در مستطیل همه زاویه‌ها برابرند؟</p> <p>چون</p>	<p>معلم: دانش آموز:</p>
<p>مرحله شفاف‌سازی</p>	<p>چرا در مستطیل ضلع‌های روبه‌رو برابرند؟</p> <p>چون</p>	<p>معلم: دانش آموز:</p>
	<p>چرا در مستطیل قطرها با هم برابرند؟</p> <p>چون</p>	<p>معلم: دانش آموز:</p>
<p>مرحله شفاف‌سازی</p>	<p>در یک صفحه شطرنجی متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که یکی از زاویه‌های آن ۹۰ درجه باشد. چرا زاویه‌های دیگر آن هم حتماً قائمه‌اند؟ توضیح دهید.</p> <p>چون در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های مجاور مکملند.</p>	<p>معلم: دانش آموز:</p>

مرحله جهت‌گیری آزادانه	<p>معلم: مستطیل متوازی‌الاضلاعی است که زاویه‌های قائمه دارد. لوزی متوازی‌الاضلاعی است که چهار ضلع آن برابر است. مربع متوازی‌الاضلاعی است که چهار ضلع مساوی و زاویه‌های قائمه دارد. شکل‌های زیر متوازی‌الاضلاع هستند با تشکیل معادله مقدار X را به دست آورید.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>$2X-3$</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>$X+30$</p> </div> </div> <p>می‌دانیم که در هر متوازی‌الاضلاع، قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند: آیا می‌توانیم نتیجه بگیریم که در هر لوزی هم قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند؟ چرا؟</p>	
مرحله تلفیق	<p>معلم: در یک طرح کاشی کاری، مربع $ABCD$ دیده می‌شود. چهارضلعی $MNPQ$ هم با وصل شدن وسط ضلع‌های این مربع تشکیل شده است. توضیح دهید که $MNPQ$ چه نوع چهارضلعی است؟</p> <p>معلم: چهارضلعی $ABCD$ لوزی و چهارضلعی $DCEF$ مربع است.</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>الف) چرا $\overline{AD} = \overline{CE}$ است؟</p> <p>ب) چرا $EF \parallel AB$ است؟</p> <p>ج) زاویه ADF چند درجه است؟</p> </div> </div> <p>معلم: وسط ضلع‌های یک مستطیل را به ترتیب به هم وصل کنید. چهارضلعی به دست آمده چه نوع چهارضلعی‌ای است؟ دلیل خود را توضیح دهید.</p>	