

ارائه مدل مفهومی عوامل موثر بر عملکرد هندسی دانش‌آموزان با تمرکز بر مبحث چهارضلعی‌ها

فائزه فیروزشاهی*

نرگس یافتیان**

* دبیر آموزش و پرورش شهر تهران و دانشجوی دکتری آموزش ریاضی، گروه ریاضی، دانشکده علوم، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی،

تهران، ایران. Firouzshahi@yahoo.com

** (نویسنده مسئول) دانشیار گروه ریاضی، دانشکده علوم، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران. yaftian@sru.ac.ir

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۳/۹/۲۳

تاریخ شروع بررسی: ۱۴۰۳/۹/۲۴

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۴/۳/۳

چکیده

هدف پژوهش کیفی حاضر، واکاوی عوامل تأثیرگذار بر عملکرد دانش‌آموزان در مبحث چهارضلعی‌ها بود که با روش فراترکیب انجام شد. جامعه آماری شامل مقالات علمی معتبر مرتبط با موضوع در بازه زمانی ۲۰۱۵ تا ۲۰۲۴ بود که در پایگاه‌های علمی داخلی و خارجی منتشر شده بودند. پس از بررسی عنوان، چکیده و محتوای پژوهش و بهره‌گیری از معیار مهارت‌های ارزیابی انتقادی، ۲۰ منبع به‌صورت هدفمند برگزیده شدند که به کمک روش هفت مرحله‌ای مرسوم در پژوهش‌های فراترکیب مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفتند. همچنین پایایی پژوهش بر اساس شاخص کاپا عدد ۰/۷۸ محاسبه شد. مطابق با یافته‌های پژوهش، ۴ مقوله اصلی، ۱۴ مضمون و ۱۰۱ کد نهایی، شناسایی و استخراج گردید. نتایج حاکی از وجود عوامل متعدد اثرگذار بر یادگیری این مبحث از هندسه است. مقوله‌های اصلی تأثیرگذار بر عملکرد دانش‌آموزان در مبحث چهارضلعی‌ها شامل چالش‌ها و بدفهمی‌های دانش‌آموزان از چهارضلعی‌ها، ویژگی‌ها و مهارت‌های دانش‌آموزان، معلم و منابع آموزشی است که عواملی همچون چالش‌های بنیادین، مفاهیم اساسی و اشتباهات در تعاریف، ویژگی‌های چهارضلعی‌ها و روابط بین آنها، اشتباهات ترسیمی و محاسباتی، تاثیرات زبان و واژگان، چهارضلعی‌های خاص، ویژگی‌های یادگیری و شناختی، مهارت‌های هندسی، روش تدریس معلم، بدفهمی‌های معلم، کنش‌های ایجادکننده بدفهمی، شایستگی‌های حرفه‌ای معلمان در مبحث چهارضلعی‌ها، کتاب درسی و ابزارهای آموزشی را دربر دارد. این یافته‌ها می‌توانند معلمان و دست‌اندرکاران امر تعلیم و تربیت را با گستره عوامل موثر بر عملکرد هندسی دانش‌آموزان و همچنین مجموعه‌ای از بدفهمی‌های آنها در حوزه چهارضلعی‌ها آشنا کرده و ایده‌هایی جهت انجام پژوهش‌های جدید در اختیار پژوهشگران قرار دهند. مخاطبان می‌توانند عوامل مورد تاکید پژوهش‌های پیشین و خلأهای پژوهشی در این حوزه را نیز راحت‌تر شناسایی کنند.

کلیدواژه‌ها: فراترکیب، چهارضلعی‌ها، هندسه، بدفهمی، عملکرد هندسی

Presenting a conceptual model of factors affecting students' geometric performance, focusing on the subject of quadrilaterals

Faezeh Firouzshahi, * Narges Yaftian**

*Mathematics teacher in Tehran . Ph.D. student in Mathematics Education, Department of Mathematics, Faculty of Science, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran. firouzshahi@yahoo.com

**Corresponding author, Associate Professor, Department of Mathematics, Faculty of Science, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran. yaftian@sru.ac.ir

Abstract

The purpose of this qualitative research was to analyze the factors influencing students' performance in quadrilaterals, which was done with meta-synthesis method. The statistical population included valid scientific articles related to the subject in the period from 2015 to 2024, which were published in domestic and foreign scientific databases. After examining the title, abstract, and content of the research and using the criterion of critical evaluation skills, 20 sources were selected purposefully and analyzed using the conventional seven-step method in meta-composite research. Also, the reliability of the research was calculated based on the Kappa index of 0.78. According to the research findings, 4 main categories, 14 themes and 101 final codes were identified and extracted. The results indicate that there are many factors that affect the learning of this subject of geometry. The main categories affecting students' performance in the subject of quadrilaterals include challenges and misconceptions of students about quadrilaterals, characteristics and skills of students, teachers and educational resources, which includes factors such as fundamental challenges, basic concepts and mistakes in definitions, characteristics of quadrilaterals and their relationships, drawing and calculating mistakes, effects of language and terms, special quadrilaterals, learning and cognitive characteristics, geometrical skills, teacher's teaching method, teacher's misconceptions, actions that cause misconceptions, teachers' professional competences in the subject of quadrilaterals, textbooks and educational tools. These findings can familiarize teachers and educators with the range of factors affecting students' geometric performance, as well as a set of misconceptions they have in the field of quadrilaterals, and provide researchers with ideas for conducting new research. Audiences can also identify factors emphasized in previous research and research gaps in this area.

Keywords: meta-synthesis, quadrilaterals, geometry, misconception, geometric performance

هندسه به عنوان یکی از ارکان اساسی ریاضیات، نقش بسزایی در تقویت تفکر منطقی و مهارت‌های حل مسئله در دانش‌آموزان ایفا می‌کند (ازدمیر و چکیردکسی^۱، ۲۰۲۲). همچنین به‌عنوان پلی میان رشته‌های مختلف مانند هنر و معماری با ریاضیات عمل کرده و دانش‌آموزان را در درک مفاهیم انتزاعی یاری می‌دهد (سahین و باسگول^۲، ۲۰۲۰) از طرفی، هندسه به عنوان موضوعی لحاظ می‌شود که شانس بیشتری برای درک شدن توسط دانش‌آموزان دارد زیرا ایده‌های اولیه هندسه در سال‌های پیش از مدرسه، توسط دانش‌آموزان شناسایی شده است که از جمله آنها می‌توان به مفاهیمی همچون فضا، مساحت، خط و اشکال هندسی اشاره کرد (سیامس‌الدین^۳، ۲۰۱۹). با این حال واقعیت، کمی متفاوت‌تر از انتظارات بوده و تسلط بر بسیاری از این مفاهیم و عملکرد دانش‌آموزان در هندسه، چندان مطلوب نیست و داده‌های مطالعات بین‌المللی همچون تیمز نیز این ادعا را تایید می‌کنند (مولیس^۴ و همکاران، ۲۰۲۰). این عملکرد ضعیف در بسیاری از اوقات ناشی از بدفهمی‌ها و یادگیری ناقص است.

از جمله مفاهیم هندسی که دانش‌آموزان در یادگیری آن با مشکل و چالش مواجه می‌شوند، مبحث چهارضلعی‌ها است (اوکازاکی و فوجیتا^۵، ۲۰۰۷). چهارضلعی‌ها نه تنها به عنوان مفاهیمی بنیادین در هندسه، بلکه به عنوان ابزارهایی کاربردی در زندگی روزمره و علوم مختلف، اهمیت ویژه‌ای دارند (شورای ملی معلمان ریاضی^۶، ۲۰۰۰). از سال‌های اولیه مدرسه به بعد، مبحث چهارضلعی‌ها مانند مربع و مستطیل و در ادامه متوازی‌الاضلاع و دوزنقه، یکی از موضوعاتی است که به تدریج تدریس شده و حیطه آن گسترش می‌یابد. در مقطع ابتدایی و متوسطه اول، آموزش‌ها در خصوص چهارضلعی‌ها متمرکز بر شناخت چهارضلعی‌ها، تعاریف، ویژگی‌ها، تمایز میان چهارضلعی‌های مختلف، روابط میان آنها و محیط و مساحت آنها است. در مقطع متوسطه دوم، استدلال و اثبات روابط و ویژگی‌های چهارضلعی‌ها پررنگ‌تر شده و در دستور کار قرار می‌گیرد. یادگیری مفاهیم و روابط هندسی مربوط به چهارضلعی‌ها علیرغم این‌که ساده به نظر می‌رسد، پیچیدگی‌هایی دارد که منجر به اشتباهات زیادی می‌شود و بررسی این حوزه هندسی را حائز اهمیت می‌کند. یکی از پیچیدگی‌های این مبحث، مغایرت میان تعریف رسمی شکل‌های چهارضلعی و تصویری است که در ذهن دانش‌آموزان از این اشکال شکل گرفته است و باعث می‌شود طبقه‌بندی چهارضلعی‌ها و ایجاد رابطه سلسله‌مراتبی^۷ میان آنها به‌درستی درک نشود. منظور از رابطه سلسله‌مراتبی رابطه‌ای است که چهارضلعی‌های مختلف را بر اساس تعاریف و ویژگی‌هایشان به هم مرتبط ساخته و به‌صورت زیرمجموعه‌ای ارائه می‌کند. به‌عنوان مثال، هر مربع یک مستطیل، یک لوزی و یک متوازی‌الاضلاع است و هر مستطیل نیز یک متوازی‌الاضلاع محسوب می‌شود. علاوه بر مورد ذکر شده، تعدد و پیچیدگی ویژگی‌های چهارضلعی‌ها و همچنین جایگاهی که این ویژگی‌ها در تعاریف رسمی دارند، از دیگر چالش‌های پیش‌روی دانش‌آموزان است (فوجیتا و جونز^۸، ۲۰۰۶). وجود یک قالب نمونه یا نمونه اولیه از هر یک از اشکال چهارضلعی در ذهن افراد که تثبیت شده است و بخش‌علی‌زاده و بروجردیان (۱۳۹۶) از آن به عنوان شکل اولیه^۹ نام می‌برند نیز موجب بروز اشتباهاتی در تشخیص انواع مختلف چهارضلعی‌ها که با آن شکل شباهت کمتری دارند، می‌گردد و تعمیم ویژگی‌های چهارضلعی را به شکل‌های غیر از شکل اولیه، دشوار می‌کند (سیبلوسکی^{۱۰} و همکاران، ۲۰۲۴). شکل اولیه همان شکلی است که غالباً در ابتدا معرفی شده و به سرعت در تصور افراد شکل می‌گیرد (هرشکویتز و وینر^{۱۱}، ۱۹۸۰).

¹ Özdemir & Çekirdekci

² Sahin & Basgöl

³ Syamsuddin

⁴ Mullis

⁵ Okazaki & Fujita

⁶ National Council of Teachers of Mathematics

⁷ hierarchical classification

⁸ Jones

⁹ prototype

¹⁰ Cybulski

¹¹ Hershkowitz & Vinner

به عنوان مثال، در نظر گرفتن مستطیل به عنوان یک چهارضلعی با دو ضلع کوتاه و دو ضلع بلند و تعمیم آن به همه مستطیل‌ها که در این صورت مربع یک مستطیل نخواهد بود، از این دست موارد است. موارد مذکور تنها تعدادی از بدفهمی‌های مربوط به چهارضلعی‌ها است که توسط پژوهش‌های متعددی معرفی شده است و مواردی بیش از این نیز توسط پژوهشگران و آموزشگران هندسه شناسایی و بیان شده است.

از طرفی عوامل دیگری به جز بدفهمی‌ها نیز می‌توانند در عملکرد دانش‌آموزان در مبحث چهارضلعی‌ها اثرگذار باشند. پژوهش‌های زیادی بر نقش معلمان در یادگیری و فهم عمیق دانش‌آموزان و پیشرفت آنان در حوزه‌های مختلف هندسه تاکید دارند (کوزاکلی اولگر و تاپان بروتین^۱، ۲۰۱۷؛ البهاری^۲ و همکاران، ۲۰۲۳؛ دی پروئنسا^۳، ۲۰۲۳؛ ساهی‌الدین^۴، ۲۰۱۹). باید توجه داشت که فرآیند یادگیری معلمان و بررسی موارد مربوط به آن می‌تواند به اندازه فرآیند یاددهی معلمان و آموزشگری آنان، مهم و قابل پژوهش باشد، چراکه نقص در یادگیری منجر به نقص در یاددهی خواهد شد و این چرخه معیوب با یادگیری ناقص دانش‌آموزان ادامه خواهد یافت. برخی از پژوهش‌ها بر میزان تسلط دانش‌جو معلمان و یا معلمان شاغل بر مفاهیم مربوط به چهارضلعی‌ها تمرکز دارند که دید نسبتاً خوبی در خصوص فرآیند تفکر آنها به پژوهشگران می‌دهد و به کمک این آگاهی، می‌توان حیطه‌ای وسیع‌تر از عوامل موثر بر عملکرد دانش‌آموزان در این مبحث را شناسایی کرد (ازدمیر و چکیردکسی^۵، ۲۰۲۲؛ پاچیلینگ و نورینی^۶، ۲۰۲۲). در فرآیند یاددهی و یادگیری، عواملی بیش از بدفهمی دانش‌آموز و نقش معلم اثرگذار هستند، لذا شایسته است نقش آنها نیز جهت داشتن دیدگاهی جامع‌تر به موضوع در نظر گرفته شود. بنابراین کنکاش و جست‌وجو در پژوهش‌های صورت گرفته حول موضوع چهارضلعی‌ها می‌تواند به فهرستی کامل‌تر از عواملی که پیش از این ذکر شد منتج شود.

نظر به این که شناسایی گره‌ها و چالش‌های موجود در درک و یادگیری یک موضوع درسی، اولین گام برای رفع آن مشکلات محسوب می‌شود و داشتن یک دید کلی و نسبتاً جامع از این چالش‌ها، دست‌اندرکاران آموزشی را جهت رفع موانع و یافتن اولویت‌ها مدد خواهد رساند، بررسی و یکپارچه‌سازی پژوهش‌های صورت گرفته حول مبحث چهارضلعی‌ها جهت نیل به مقصود ذکر شده، ضروری می‌نماید. این امر به علت تعدد پژوهش‌های صورت گرفته در این حوزه و پراکندگی نتایج آنها می‌تواند کمک‌کننده بوده و الگویی از عوامل موثر بر عملکرد دانش‌آموزان در مبحث چهارضلعی‌ها را به دست دهد. البته لازم به ذکر است که عدم یافتن مطالعاتی که درصدد گردآوری، تحلیل و تجمیع این عوامل برآیند، لزوم انجام پژوهش حاضر را دوچندان می‌کند. با توجه به گستردگی موضوعات مربوط به چهارضلعی‌ها، لازم است مباحث به صورت جزئی‌تر لحاظ شوند تا دقت مطالعه ارتقا یابد. از همین رو تعاریف، ویژگی‌ها، روابط، محیط و مساحت چهارضلعی‌ها که بیشترین سهم از موضوع چهارضلعی‌ها را در پایه‌های اول تا نهم به خود اختصاص داده است، در پژوهش حاضر مدنظر قرار گرفت. الگوی نهایی به دست آمده از بررسی پژوهش‌های پیشین، سعی دارد تا تصویری منسجم‌تر از عوامل موثر بر عملکرد دانش‌آموزان در مبحث چهارضلعی‌ها ارائه کند تا آموزشگران، پژوهشگران و سایر افراد فعال در حوزه آموزش و پرورش بتوانند از روشن‌تر شدن چالش‌های مربوط به این مبحث هندسی بهره ببرند.

روش پژوهش

پژوهش کیفی حاضر، به روش فراترکیب یا متاسنتز^۶ انجام شده است که از انواع روش‌های فرامطالعه است. هدف از فراترکیب، مرور، سازماندهی و تفسیر و تحلیل مطالعات انجام شده حول یک موضوع مشخص است که طبق مراحل منسجمی برای پاسخ به

¹ Kozakli Ulger & Tapan Broutin

² Elbehary

³ de Proença

⁴ Sahidin

⁵ Pagiling & Nur'aini

⁶ meta-synthesis

پرسش اصلی پژوهش صورت می‌گیرد و در انتها به کشف موضوعات و استعاره‌های جدید و اساسی می‌انجامد (نابلیت و هیر، ۱۹۸۸؛ شورت^۲، ۱۳۹۲/۱۹۹۱). هدف از این روش، ساخت نظریه جدید، توسعه مدل‌های مفهومی، شناسایی خلأهای موجود در پژوهش‌های مرتبط با یک موضوع و یا گسترش درک دانش موجود است (اتکینز^۳ و همکاران، ۲۰۰۸). پژوهش حاضر در صدد واکاوی و شناسایی عوامل موثر بر عملکرد دانش‌آموزان در مبحث چهارضلعی‌ها از طریق جست‌وجو، گردآوری و بررسی پیشینه پژوهشی حول این موضوع بود تا با تحلیل، تفسیر و ترکیب این یافته‌ها به ترسیم مولفه‌های موثر بر عملکرد دانش‌آموزان در این مبحث نائل آید. برای این منظور، طبق الگوی هفت مرحله‌ای سندلوفسکی و باروسو^۴ (۲۰۰۶) عمل گردید که نسخه‌ای کامل‌تر، مرسوم‌تر و به‌روزتر از الگوی سه مرحله‌ای نابلیت و هیر (۱۹۸۸) و همچنین الگوی پنج مرحله‌ای والش و داون^۵ (۲۰۰۵) است. لازم به ذکر است که این الگو در پژوهش‌های جدیدتر مانند کورکماز و مورالی^۶ (۲۰۲۲)، استراجیلو^۷ و همکاران (۲۰۲۳) و ملکی و همکاران (۱۴۰۲) با اقبال بیشتری روبه‌رو است. توضیحات مربوط به گام‌های این الگو که در شکل ۱ قابل مشاهده است، در ادامه ارائه شده است.



شکل ۱: گام‌های اجرای فراترکیب سندلوفسکی و باروسو (۲۰۰۶)

گام اول: تنظیم سوالات پژوهش

در این مرحله، سوال اصلی که موجب اجرای پژوهش شده است مطرح می‌شود. سوال تحقیق در فراترکیب سندلوفسکی و باروسو (۲۰۰۶) از پارامترهایی همچون چه چیزی، چه کسی، چه وقت و چگونگی^۸ انجام پژوهش تشکیل شده است. در پژوهش حاضر با توجه به اهمیت شناسایی عواملی که منجر به عملکرد قوی یا ضعیف دانش‌آموزان در حوزه‌های مختلف ریاضی از جمله هندسه می‌شوند، به این موضوع پرداخته شد. پژوهشگران زیادی همواره در صدد یافتن چالش‌ها و مسائلی که منجر به افت تحصیلی یا عملکرد ضعیف در مباحث مختلف هندسه می‌شود و همچنین آزمون راه‌های مختلف برطرف‌سازی این چالش‌ها و یا راهکارهایی جهت تقویت عملکرد دانش‌آموزان بوده‌اند. در مبحث تعاریف، ویژگی‌ها و روابط چهارضلعی‌ها نیز پژوهش‌های متعددی صورت گرفته است که عوامل متنوع و نسبتاً گسترده‌ای را به‌عنوان عوامل موثر بر عملکرد دانش‌آموزان در این حوزه معرفی می‌کند. لازم به ذکر است که پژوهش‌های زیادی در خصوص مبحث چهارضلعی‌ها بر روی دانش‌جو معلمان و یا معلمان انجام شده است که خود یکی از مهم‌ترین عناصر موثر بر یادگیری و آموزش دانش‌آموزان هستند. لذا با در نظر گرفتن تعدد عوامل شناسایی شده و پراکندگی آنها و همچنین اهمیت شناخت برخی از آنها توسط معلمان، مرور و دسته‌بندی این عوامل جهت آگاهی‌بخشی و کمک به پژوهشگران و مدرسین این حوزه، خالی از لطف نیست. از همین‌روی، پژوهش حاضر به دنبال پاسخ این پرسش است که مدل عوامل اثرگذار بر عملکرد هندسی دانش‌آموزان در مبحث چهارضلعی‌ها و در خصوص تعاریف، ویژگی‌ها و روابط آنها، دارای چه مولفه‌هایی است؟

گام دوم: بررسی نظام‌مند متون

در این مرحله پژوهشگر باید از شیوه‌های متنوع جهت تشخیص مشابهت‌های موضوعی استفاده نماید. فرایند بازبایی و جست‌وجوی منابع شامل پارامترهای متعددی مثل موضوع مورد نظر، اعضای نمونه، زمان و روش است. علاوه بر این پارامترها، انواع روش‌های

¹ Noblit & Hare

² Short

³ Atkins

⁴ Sandelowski & Barroso

⁵ Walsh & Downe

⁶ Korkmaz & Morali

⁷ Strogilos

⁸ what, who, when, how

جست‌وجو و عبارت‌های مورد جست‌وجو نیز باید مشخص شوند (محمدی و همکاران، ۱۳۹۷). در پژوهش حاضر، با انجام جست‌وجوی‌های همه‌جانبه، به بررسی نظام‌مند پایگاه‌های استنادی و اطلاعاتی معتبر پرداخته شد که از این میان پایگاه‌های اسکوپوس^۱، گوگل اسکالر^۲، اریک^۳، اشپرینگر^۴، امرالد^۵، ساینس دایرکت^۶ و بانک اطلاعات نشریات کشور (مگیران) و پایگاه اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی مورد واکاوی قرار گرفت. جهت جست‌وجوی رو به عقب یا جست‌وجوی زنجیره‌ای از قسمت «مراجع» مقالات و برای جست‌وجوی رو به جلو یا جست‌وجوی استنادی از امکان «استناد شده توسط^۷» بهره گرفته شد که در برخی پایگاه‌ها مانند گوگل اسکالر و اسکوپوس در دسترس است. مقالات مرتبط با موضوع پژوهش در صورتی که در این پایگاه‌ها نمایه شده بودند، مورد بررسی و مطالعه قرار گرفت. کلیدواژه‌های «چهارضلعی‌ها^۸»، «بدهمی‌های چهارضلعی‌ها^۹»، «بدهمی‌های هندسه^{۱۰}»، «چهارضلعی‌ها در هندسه^{۱۱}»، «یاددهی و یادگیری چهارضلعی‌ها^{۱۲}» و ترکیبات مختلف از واژه‌های کلیدی و همچنین جایگزینی کلمه «چندضلعی‌ها^{۱۳}» به جای «چهارضلعی‌ها» جهت جست‌وجو در پایگاه‌های ذکر شده، استفاده گردید و از عملگرهای بولی AND و OR نیز جهت گسترش جست‌وجو بهره گرفته شد.

گام سوم: جست‌وجو و انتخاب منابع مناسب

در فرآیند جست‌وجوی نظام‌مند که با کلیدواژه‌های ذکر شده در میان مطالعات منتشرشده در بین سال‌های ۲۰۱۵ تا ۲۰۲۴ صورت گرفت، از میان تعداد بسیار زیادی از منابع نمایه شده در پایگاه‌های اطلاعاتی پس از طی مراحل همچون بررسی عناوین مقالات، چکیده‌خوانی و توجه به یافته‌ها، تعداد ۴۰ پژوهش غربال شد و مورد تایید پژوهشگران قرار گرفت. در مرحله بعد با مطالعه متن این مقالات، تعداد ۲۰ منبع از فرآیند پژوهش حذف گردید. معیارهایی که موجب خروج این پژوهش‌ها از چرخه پژوهش فعلی شد به شرح زیر است:

- پژوهش‌هایی که عوامل ایجاد مشکلات و چالش‌ها در مبحث چهارضلعی‌ها را بیان نکرده و به موضوعات دیگری پیرامون چهارضلعی‌ها پرداخته بودند.
- پژوهش‌هایی که در خصوص تعاریف، ویژگی‌ها و روابط چهارضلعی‌ها نبوده و صرفاً به حل مسائل مربوط به چهارضلعی‌ها اشاره داشتند.
- پژوهش‌هایی که بی‌ارتباط به فرآیند تدریس چهارضلعی‌ها و دانش‌آموزان یا معلمان بودند.

در نهایت با خروج این منابع، تعداد ۲۰ مقاله از مجلات علمی به فرآیند تجزیه و تحلیل اطلاعات راه پیدا کردند. جهت ارزیابی مطالعات انتخاب شده از نظر کیفیت، از ابزار کسپ (برنامه مهارت‌های ارزیابی انتقادی^{۱۴}) استفاده شد (برنامه مهارت‌های ارزیابی انتقادی، ۲۰۲۴) که به واسطه آن دقت، اعتبار و اهمیت مطالعات بر اساس امتیازدهی به ده گویه این ابزار تعیین می‌شود. این ده گویه که از سطح ضعیف تا عالی امتیازدهی می‌شوند بدین شرح‌اند: ۱- وضوح در بیان هدف پژوهش ۲- انتخاب روش مناسب برای

¹ Scopus

² Google scholar

³ Eric

⁴ Springer

⁵ Emerald

⁶ Science Direct

⁷ cited by

⁸ quadrilaterals

⁹ misconceptions of quadrilaterals

¹⁰ misconceptions of geometry

¹¹ quadrilaterals in geometry

¹² teaching and learning quadrilaterals

¹³ polygons

¹⁴ CASP (Critical Appraisal Skills Programme)

پاسخ به سوال پژوهش ۳- انتخاب طرح پژوهشی مناسب ۴- مناسب بودن روش نمونه‌گیری ۵- مناسب بودن روش گردآوری داده‌ها ۶- مناسب بودن ارتباط پژوهشگر با مشارکت‌کنندگان ۷- رعایت ملاحظات اخلاقی ۸- تحلیل دقیق داده‌ها ۹- بیان واضح یافته‌ها ۱۰- میزان ارزش و اهمیت پژوهش (برنامه مهارت‌های ارزیابی انتقادی، ۲۰۲۴). طبق نتیجه این ارزیابی، ۵۵ درصد منابع در سطح عالی، ۲۵ درصد در سطح خیلی خوب، ۵ درصد در سطح خوب، ۱۰ درصد در سطح متوسط و ۵ درصد در سطح ضعیف قرار داشتند.

گام چهارم: استخراج اطلاعات منابع

در این مرحله مرور چندباره پژوهش‌های منتخب جهت دستیابی به محتوای متن آنها و همچنین استفاده از شیوه تحلیل محتوای کیفی جهت انجام کدگذاری باز^۱ در دستور کار قرار گرفت. خروجی اجرای این گام در جدول ۱ قابل رویت است.

جدول ۱: اطلاعات مستخرج از مطالعات منتخب فراترکیب

کد	نام نویسندگان و سال انتشار	جامعه آماری	یافته‌ها و مولفه‌های شناسایی شده
۱	اکاش و تورنوکلو، ۲۰۱۵	۳۰ معلم ریاضی متوسطه اول در ترکیه	درونی شدن "شکل اولیه" - تاثیر مثبت برقراری اتصال مباحث جدید با دانش پیشین - اهمیت تشخیص مشکلات و بدفهمی‌های دانش‌آموزان توسط معلمان - عدم درک تمایز بین محیط و مساحت - درک محیط و مساحت به صورت جابه‌جا - عدم درک درست مفاهیمی مانند زاویه، ضلع و قطر - شناخت ویژگی‌های مربوط به ضلع و زاویه چهارضلعی‌ها و عدم آگاهی از سایر ویژگی‌ها - فرمول‌محور بودن دانش‌آموزان و عدم آگاهی از تعاریف دقیق - مشکل در برقراری ارتباط لوزی و مربع - خطا در ترسیم دقیق چهارضلعی‌ها (توجه به اندازه زوایا به‌ویژه ۹۰ درجه و اضلاع و همچنین عمود یا منصف بودن قطر(ها) به کمک ابزار - دانش‌آموزان اشکال چهارضلعی را با ویژگی‌های مخصوص به خودشان می‌شناسند ولی نمی‌توانند طبقه‌بندی کنند - مربع را مستطیل نمی‌دانند - درک ناقص یا اشتباه دبیران از تعاریف، ویژگی‌ها و ارتباطات چهارضلعی‌ها - عدم درک سلسله‌مراتبی روابط بین چهارضلعی‌ها - عدم تشخیص چهارضلعی‌ها در صورت چرخش یا کشیده شدن آنها
۲	کوزاکلی اولگر و تاپان بروتین، ۲۰۱۷	۲۷ دانشجو معلم در ترکیه	درونی شدن "شکل اولیه" - داشتن نگاه تفکیکی ^۲ به روابط چهارضلعی‌ها به جای نگاه سلسله‌مراتبی - بیان شروط و ویژگی‌های مازاد - متوازی‌الاضلاع را شکلی با اضلاع مورب ^۳ می‌دانند - متوازی‌الاضلاع شکلی است که نباید زاویه ۹۰ درجه داشته باشد - نداشتن تقارن در متوازی‌الاضلاع به عنوان ویژگی اصلی شناخته می‌شود که منجر به عدم دسته‌بندی مربع و مستطیل به عنوان متوازی‌الاضلاع می‌شود - معرفی مربع و مستطیل توسط معلمان به عنوان حالتی "خاص" از متوازی‌الاضلاع که منجر می‌شود دانش‌آموزان در حالت کلی آنها را متوازی‌الاضلاع ندانند - تمرکز بر ویژگی‌های جزئی اشکال چهارضلعی - عدم درک این که یک شکل دو نام داشته باشد - استفاده دبیران از "شکل‌های اولیه" و پرهیز از ارائه مسائل چالشی در ارزشیابی (این کار منجر به ایجاد تصور یادگیری در دانش‌آموزان شده و دانش‌آموز متوجه وجود بدفهمی یا اشتباهات خود نمی‌شود)
۳	ازکان و بال ^۴ ، ۲۰۱۷	۲۲۷ دانش‌آموز پایه هفتم در ترکیه	دانش‌آموزان مربع را نصف مستطیل می‌دانند - متوازی‌الاضلاع ندانستن مربع و مستطیل - خطا در رسم ارتفاع دوزنقه و تشخیص ارتفاع متوازی‌الاضلاع - اشتباه گرفتن مفهوم قطر با ضلع و ارتفاع - عدم توجه به لزوم محدب بودن شکل برای برخی از ویژگی‌های چهارضلعی‌های محدب مثل ۳۶۰ درجه بودن مجموع زوایای داخلی - عدم تشخیص اضلاع موازی در دوزنقه - نام متوازی‌الاضلاع به وضوح موازی بودن اضلاع را بیان می‌کند اما نام دوزنقه درکی از شکل آن نمی‌دهد و دانش‌آموزان با آن ارتباط برقرار نمی‌کنند
۴	مولیا ^۵ و همکاران، ۲۰۱۹	۱۸۱ دانش‌آموز پایه هفتم در اندونزی	اثرگذاری راهبردهای آموزشی اتخاذ شده توسط دبیران بر یادگیری چهارضلعی‌ها - اهمیت مشارکت دانش‌آموزان در فرایند یادگیری - وجود شایستگی‌های حرفه‌ای متناسب - توجه معلم به تسلط دانش‌آموزان بر دروس پیش‌نیاز - سبک یادگیری دانش‌آموز (حرکتی، بصری و شنوایی) بر یادگیری چهارضلعی‌ها اثر دارد

¹ open coding

² Akkaş & Türnüklü

³ partial

⁴ diagonal lengths

⁵ Ozkan & Bal

⁶ Mulia

۵	سیامس‌الدین، ۲۰۱۹	۲ دانش‌آموز پایه هشتم در اندونزی	توجه معلمان به مراحل رشد شناختی دانش‌آموزان- اثرگذاری راهبردهای آموزشی اتخاذ شده توسط دبیران بر یادگیری چهارضلعی‌ها- اهمیت مشارکت دانش‌آموزان در فرایند یادگیری- تاثیر تشویق دانش‌آموزان به رسم درست اشکال بر کاهش اشتباهات دانش‌آموزان
۶	ساهی‌الدین، ۲۰۱۹	۲۶ معلم ریاضی در اندونزی	بیان نادرست تعاریف و ویژگی‌ها- عدم بیان شروط کافی در تعاریف و بیان شروط مازاد بر شروط لازم و کافی- وابستگی صرف معلمان به تعاریف کتاب درسی و عدم ارائه توضیحات بیشتر برای روشن تر شدن موضوعات
۷	یوکاپ ^۱ و همکاران، ۲۰۲۰	کتاب درسی ریاضی پایه هفتم و هشتم کامرون	کم‌تعداد بودن نامثال‌ها و شکل‌های گوناگون در کتب درسی که موجب ایجاد پدیده "شکل اولیه" می‌شود- اهمیت ارائه فعالیت‌هایی در کتاب درسی که بر ترسیم صحیح چهارضلعی‌ها توسط دانش‌آموزان تاکید کند - فرمول محور بودن دانش‌آموزان و عدم آگاهی از تعاریف دقیق
۸	سahین و باسگول، ۲۰۲۰	۸۳ دانشجومعلم آموزش ابتدایی در ترکیه	تشخیص مشکلات و بدفهمی‌های دانش‌آموزان توسط معلمان- کم‌اثر بودن روش تدریس سنتی و مستقیم برای رفع بدفهمی‌ها- ایجاد بدفهمی به علت تشویق دانش‌آموزان به حفظ فرمول‌ها و قواعد در پاسخ به چالش‌های آنها- عدم ارائه تعریف دقیق توسط معلم برای اشکال چهارضلعی و بیان سرسری تعریف مثل اینکه مربع شکلی است که همه ضلع‌های آن با هم برابر باشند و عدم اشاره به تعداد ضلع و یا ویژگی زاویه آن- سطح تفکر هندسی دانش‌آموز- عدم تشخیص چهارضلعی‌ها در صورت چرخش یا کشیده‌تر شدن آنها- عدم درک تمایز بین محیط و مساحت- در صورت تبدیل مستطیل به متوازی‌الاضلاع، رابطه بین مساحت آنها درک نمی‌شود- شکلی مستطیل است که یک جفت ضلع آن از یک جفت دیگر بلندتر باشد- فقط مستطیل با یک ضلع افقی شناسایی می‌شود- شناسایی زوایای مجاور به جای زوایای روبه‌رو- مساحت متوازی‌الاضلاع را حاصل ضرب ارتفاع در قاعده تقسیم بر ۲ می‌دانند- کتاب درسی بازنمایی‌های محدودی از چهارضلعی‌ها دارد- نقص دانش محتوای موضوعی معلمان در حوزه چهارضلعی‌ها- درونی شدن "شکل اولیه"- بزرگ‌تر دانستن محیط چهارضلعی با مساحت بیشتر و بالعکس- بیان نادرست تعاریف و ویژگی‌ها
۹	سی و هورن ^۲ ، ۲۰۲۰	۱۵۵ دانش‌آموز ۴ تا ۱۰ ساله و ۵۸۵ دانش‌آموز ۷ تا ۱۰ ساله در استرالیا	انتقال تصورات غلط معلمان به دانش‌آموزان- عدم درک سلسله‌مراتبی روابط بین چهارضلعی‌ها- تفاوت تصور مفهوم و تعریف مفهوم در ذهن دانش‌آموزان و همچنین معلمان- عدم تشخیص چهارضلعی‌ها در صورت چرخش یا کشیده شدن آنها- شکلی مستطیل است که یک جفت ضلع آن از یک جفت دیگر بلندتر باشد- درونی شدن "شکل اولیه"
۱۰	فادیله ^۳ و همکاران، ۲۰۲۲	۶۲ دانش‌آموز پایه هفتم در اندونزی	تفاوت تصور مفهوم و تعریف مفهوم در ذهن دانش‌آموزان و همچنین معلمان درباره چهارضلعی‌ها- عدم درک ارتباطات بین ویژگی‌های مختلف چهارضلعی‌ها مثل این‌که دانش‌آموزان در تعریف متوازی‌الاضلاع به وجود اضلاع با طول یکسان اشاره می‌کنند ولی به این دقت نمی‌کنند که اضلاع روبه‌رو دوه‌دو مساویند.
۱۱	پاجیلینگ و نورینی، ۲۰۲۲	۴ معلم مقطع متوسطه اول در اندونزی	نقص دانش محتوای موضوعی معلمان در حوزه چهارضلعی‌ها- استفاده از نمودار رابطه چهارضلعی‌ها می‌تواند برای آموزش و درک رابطه سلسله‌مراتبی آنها موثر باشد- بیان نادرست تعاریف و ویژگی‌ها- عدم وضوح ارتباط میان چهارضلعی‌ها در ذهن دانش‌آموزان به علت عدم تاکید بر ارتباطات میان آنها توسط معلم- درونی شدن "شکل اولیه"- اهمیت مراحل رشد شناختی دانش‌آموزان
۱۲	ازدمیر و چکیردکسی، ۲۰۲۲	۵۵ معلم مقطع ابتدایی با تحصیلات آموزش ابتدایی و ریاضیات در ترکیه	درک ناقص یا اشتباه دبیران از تعاریف، ویژگی‌ها و ارتباطات چهارضلعی‌ها- عدم درک سلسله‌مراتبی روابط بین چهارضلعی‌ها- نقص دانش محتوای موضوعی معلمان در حوزه چهارضلعی‌ها- بیان نادرست تعاریف و ویژگی‌ها- اثر منفی ضعف مهارت تفکر هندسی معلمان بر عملکرد دانش‌آموزان در مبحث چهارضلعی‌ها- عدم درک این‌که یک شکل می‌تواند بیش از یک نام داشته باشد- کمک به تدریس و رشد دانش‌آموزان با داشتن عادات ذهنی هندسی ^۴ مانند سوال پرسیدن، جست‌وجوی ساختارها و مثال‌ها، مشورت با کارشناسان، ایجاد ارتباط، تجزیه و تحلیل و تعمیم- بیان شروط و ویژگی‌های مازاد- داشتن نگاه تفکیکی به جای سلسله‌مراتبی- استفاده از نمایش‌های یکنواخت به بدفهمی می‌انجامد- عدم شناخت ویژگی‌های مربوط به قطرها و زوایا و کمتر پرداختن به آنها توسط معلمان- درونی شدن "شکل اولیه"
۱۳	البهاری و همکاران، ۲۰۲۳	۲۴ دانشجومعلم کارشناسی ارشد در مصر	سطح تفکر هندسی دانش‌آموز (بر اساس فن‌هیلی)- داشتن نگاه تفکیکی به جای سلسله‌مراتبی- تمرکز بر ویژگی‌های جزئی اشکال چهارضلعی- ارائه محدود مفاهیم و مسائل مربوطه با وجود پیچیدگی چهارضلعی‌ها- نقص دانش محتوای موضوعی معلمان در حوزه چهارضلعی‌ها- استفاده دبیران از "شکل‌های اولیه"- تفاوت تصور مفهوم و تعریف مفهوم در

¹ Youkap

² Seah & Horne

³ Fadillah

⁴ geometric habits of mind

			<p>ذهن دانش‌آموزان و همچنین معلمان- واحد سانتی‌متر مربع یا مترمربع زمانی که برای مساحت اشکال غیر از مربع به کار می‌رود، گیج‌کننده است و برخی دانش‌آموزان گمان می‌کنند که برای مساحت مستطیل باید از واحد سانتی‌متر مستطیل استفاده کنند- نوع ارائه تعاریف، شرایط را برای درک سلسله‌مراتبی فراهم می‌کند- ارائه تصویر یا نقشه مفهومی از روابط میان چهارضلعی‌ها برای ایجاد ذهنیت سلسله‌مراتبی</p>
۱۴	دی پروئینسا، ۲۰۲۳	۲۳ معلم ریاضی در برزیل	<p>عدم توجه به لزوم محدب بودن شکل برای برخی از ویژگی‌های چهارضلعی‌های محدب - بیش‌تعمیمی و مربع دانستن مکعب- مربع را متوازی‌الاضلاع، مستطیل و یا لوزی نمی‌دانند- موثر بودن ویژگی‌هایی در تدریس مثل ارائه مثال‌ها و نامثال‌ها، درخواست از دانش‌آموز برای ارائه تعریف پیش از تعریف رسمی و درخواست ارائه مثال و نامثال از دانش‌آموز</p>
۱۵	سییلوسکی و همکاران، ۲۰۲۴	۱۰ دانشجو معلم ریاضی متوسطه اول و دوم در پرتغال	<p>درونی شدن "شکل اولیه" - تفاوت تصور مفهوم و تعریف مفهوم در ذهن دانش‌آموزان و همچنین معلمان- داشتن نگاه تفکیکی به جای سلسله‌مراتبی- لوزی نمی‌تواند هم جزو کایت‌ها باشد و هم متوازی‌الاضلاع</p>
۱۶	آکارو ایشیکسال- بوستان، ۲۰۲۴	۱ معلم ریاضی و ۷ دانش‌آموز پایه پنجم در ترکیه	<p>بزرگ‌تر دانستن محیط چهارضلعی با مساحت بیشتر- اثرگذاری راهبردهای آموزشی اتخاذ شده توسط معلمان بر یادگیری چهارضلعی‌ها- اهمیت مشارکت دانش‌آموزان در فرایند یادگیری- اثربخشی منابع آموزشی مانند نرم‌افزارهای تعاملی و یا کاربرگ‌های متنوع- داشتن دانش پیش‌نیاز- درونی شدن "شکل اولیه"- داشتن نگاه تفکیکی به جای سلسله‌مراتبی توسط دانش‌آموزان- عدم درک سلسله‌مراتبی روابط بین چهارضلعی‌ها توسط معلمان- اهمیت استفاده از ابزارهایی مانند خط‌کش و نقاله- اثربخشی استفاده از ابزارهایی مانند جنوجبر- عدم درک تمایز بین محیط و مساحت- آگاهی از تعاریف و ویژگی‌ها و عدم توانایی به کار بردن آن در حل مسئله (مثال: آگاهی از مجموع زوایای داخلی چهارضلعی محدب که ۳۶۰ درجه است و عدم توانایی در پیدا کردن زاویه‌های داخلی مجهول)- استفاده از داده‌های قابل مشاهده مثل اعدادی که روی شکل نوشته می‌شود در محاسبه محیط و مساحت شکل حتی اگر داده‌ها کمتر یا بیشتر از نیاز باشد- عدم درک محیط یک شکل که به شکل‌های مختلف افراز شده و جمع کردن خطوط داخلی شکل‌ها- اهمیت مراحل رشد شناختی دانش‌آموزان</p>
۱۷	بخشعلی‌زاده و بروجردیان، ۱۳۹۶	دانش‌آموزان پایه چهارم ایرانی شرکت‌کننده در مطالعات تیمز سال‌های ۲۰۰۳، ۲۰۰۷ و ۲۰۱۱	<p>تأثیر مثبت برقراری اتصال مباحث جدید با دانش پیشین- اهمیت مشارکت دانش‌آموزان در فرایند یادگیری- فقط مستطیل با یک ضلع افقی شناسایی می‌شود- زبان و اسامی اشکال هندسی در بیان‌های مختلف بر درک دانش‌آموزان از آن شکل و ویژگی‌هایش اثر دارد مثلاً متوازی‌الاضلاع به وضوح موازی بودن اضلاع را بیان می‌کند اما دوزنقه درکی از شکل نمی‌دهد- مربع را متوازی‌الاضلاع، مستطیل و یا لوزی نمی‌دانند- عدم درک محیط یک شکل که به شکل‌های مختلف افراز شده و جمع کردن خطوط داخلی شکل‌ها- درک محیط و مساحت به صورت جابه‌جا- بزرگ‌تر دانستن محیط چهارضلعی با مساحت بیشتر و بالعکس- عدم درک تمایز بین محیط و مساحت- استفاده از داده‌های قابل مشاهده مثل اعدادی که روی شکل نوشته می‌شود در محاسبه محیط و مساحت شکل حتی اگر داده‌ها کمتر یا بیشتر از نیاز باشد- بیش‌تعمیمی تعاریف هندسی مثل تعمیم چهارضلعی ساده بسته به منحنی ساده بسته- درونی شدن "شکل اولیه"- یکسان دانستن طول قطر و ضلع مربع</p>
۱۸	عالمیان و همکاران، ۱۳۹۷	۳۱۸ دانش‌آموز پایه هشتم شهر سندج	<p>اهمیت مراحل رشد شناختی دانش‌آموزان- سطح تفکر هندسی دانش‌آموز (بر اساس فن‌هیلی)- عدم درک درست تعاریف- مربع را متوازی‌الاضلاع، مستطیل و یا لوزی نمی‌دانند- لوزی نمی‌تواند زاویه ۹۰ درجه داشته باشد- کم‌اثر بودن روش تدریس سنتی و مستقیم برای رفع بدفهمی‌ها- ایجاد بدفهمی در دانش‌آموزان به علت تشویق معلمان به حفظ فرمول‌ها و قواعد در پاسخ به چالش‌های مطرح شده توسط دانش‌آموزان- داشتن دانش پیش‌نیاز- اثربخشی منابع آموزشی مانند نرم‌افزارهای تعاملی و یا کاربرگ‌های متنوع- اثرگذاری راهبردهای آموزشی اتخاذ شده توسط دبیران بر یادگیری چهارضلعی‌ها- اثرگذاری مثبت استفاده از نمودار رابطه چهارضلعی‌ها بر درک سلسله‌مراتبی دانش‌آموزان- اهمیت مشارکت دانش‌آموزان در فرایند یادگیری- مهارت‌های هندسی شامل: مهارت شفاهی^۱ (تاکید هندسه بر زبان در تعاریف و توصیف روابط)، مهارت ترسیمی^۲ (بیان ایده‌ها در قالب تصویر و نمودار در هندسه)، مهارت منطقی^۳ (تجزیه و تحلیل و اثبات و استدلال جزو لاینفک هندسه هستند)، مهارت کاربردی^۴ (مدل‌سازی ریاضی و کاربرد آن در علومی مثل جغرافیا، زیست، کشاورزی و ... و جایگاه ویژه هندسه در این امر)</p>

¹ Akar & Işıksal-Bostan

² oral skills

³ graphic skill

⁴ logical skill

⁵ applied skills

۱۹	سبزعلی و توانایی، ۱۳۹۹	۶۰ دانش آموز پایه هشتم شهر بهبهان	داشتن نگاه تفکیکی به جای سلسله‌مراتبی مثل این که مستطیل را متوازی‌الاضلاع نمی‌دانند - شناخت ویژگی‌های مربوط به ضلع و زاویه چهارضلعی‌ها و عدم آگاهی از سایر ویژگی‌ها- عدم شناخت ویژگی‌های اختصاصی چهارضلعی‌های خاص - توجه معلمان به مراحل رشد شناختی دانش‌آموزان
۲۰	صفرپور کشتیری و همکاران، ۱۴۰۲	۳۸۴ دانش آموز متوسطه اول در گیلان	اهمیت مراحل رشد شناختی دانش‌آموزان- سطح تفکر هندسی دانش‌آموز (بر اساس فن‌هیلی)- عدم درک درست تعاریف-مربع را متوازی‌الاضلاع، مستطیل و یا لوزی نمی‌دانند- لوزی نمی‌تواند زاویه ۹۰ درجه داشته باشد-کم‌اثر بودن روش تدریس سنتی و مستقیم برای رفع بدفهمی‌ها- ایجاد بدفهمی در دانش‌آموزان به علت تشویق معلمان به حفظ فرمول‌ها و قواعد در پاسخ به چالش‌های مطرح شده توسط دانش‌آموزان - داشتن دانش پیش‌نیاز- اثربخشی منابع آموزشی مانند نرم‌افزارهای تعاملی و یا کاربرگ‌های متنوع- اثرگذاری راهبردهای آموزشی اتخاذ شده توسط دبیران بر یادگیری چهارضلعی‌ها- اثرگذاری مثبت استفاده از نمودار رابطه چهارضلعی‌ها بر درک سلسله‌مراتبی دانش‌آموزان- وجود شایستگی‌های حرفه‌ای متناسب- اهمیت مشارکت دانش‌آموزان در فرایند یادگیری- مهارت‌های هندسی شامل: مهارت شفاهی، مهارت ترسیمی، مهارت منطقی، مهارت کاربردی

گام پنجم: تجزیه، تحلیل و ترکیب یافته‌ها

در این مرحله داده‌های مستخرج از منابع با استفاده از شیوه دسته‌بندی^۱ و همچنین شیوه طبقه‌بندی^۲ یافته‌ها، معرفی شده در سندلوفسکی و باروسو (۲۰۰۶)، مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفتند. در تکنیک دسته‌بندی، ایده‌ها یا موضوع‌های مورد نظر فراترکیب، شناسایی و استخراج می‌شوند و در دسته‌های مشخصی قرار می‌گیرند. در تکنیک طبقه‌بندی، یافته‌ها با مطالعه دقیق به صورت استقرایی و با رفت و برگشت مستمر بین یافته‌ها و طبقه‌بندی، توسعه می‌یابند. لازم به ذکر است که شیوه طبقه‌بندی با شیوه دسته‌بندی مدنظر سندلوفسکی و باروسو (۲۰۰۶)، متفاوت است. دسته‌بندی نوعی سازماندهی و قرار دادن یافته‌ها در دسته‌های مختلف است، حال آن‌که در طبقه‌بندی، ارتباطات سلسله‌مراتبی یافته‌ها در هر دسته نیز مشخص می‌گردد (محمدی و همکاران، ۱۳۹۷). در جدول ۲، یافته‌های ترکیب شده حاصل از اجرای این مرحله و انجام کدگذاری محوری^۳ و کدگذاری گزینشی^۴ قابل مشاهده است.

جدول ۲: یافته‌های کیفی مرتبط با عوامل موثر بر عملکرد دانش‌آموزان در مبحث چهارضلعی‌ها

کد مقالات	کدهای نهایی	مضامین	مقوله‌های اصلی
۲-۳-۴-۱-۱۶-۱۵- ۱۳-۱۲-۱۱-۱۰-۸-۹- ۱۹	<ul style="list-style-type: none"> درونی شدن "شکل اولیه" داشتن نگاه تفکیکی به جای سلسله‌مراتبی تفاوت تصور مفهوم و تعریف مفهوم در ذهن دانش‌آموزان و همچنین معلمان 	چالش‌های بنیادین	چالش‌ها و بدفهمی‌های دانش‌آموزان از چهارضلعی‌ها
۳-۲-۱-۱۴-۱۲-۶-۸- ۱۸-۱۷-۲۰	<ul style="list-style-type: none"> فرمول‌محور بودن دانش‌آموزان و عدم آگاهی از تعاریف دقیق بیان شرایط مازاد بر شرایط لازم و کافی در تعاریف بیش تعمیمی تعاریف هندسی مثل تعمیم چهارضلعی ساده بسته به منحنی ساده بسته عدم درک درست مفاهیمی مانند زاویه، ضلع و قطر اشتباه گرفتن مفهوم قطر با ضلع و ارتفاع عدم توجه به لزوم محدب بودن شکل برای برخی از ویژگی‌های چهارضلعی‌های محدب عدم درک درست تعاریف 	مفاهیم اساسی و اشتباهات در تعاریف	

¹ classification

² taxonomy

³ axial coding

⁴ selective coding

<p>۳-۲-۷-۴-۱-۱۶-۱۳- ۱۰-۸-۱۸-۱۷-۱۹-۲۰</p>	<ul style="list-style-type: none"> • بزرگ‌تر دانستن محیط چهارضلعی با مساحت بیشتر و بالعکس • تمرکز بر ویژگی‌های جزئی اشکال چهارضلعی • شناخت ویژگی‌های مربوط به ضلع و زاویه چهارضلعی‌ها و عدم آگاهی از سایر ویژگی‌ها • عدم شناخت ویژگی‌های اختصاصی چهارضلعی‌های خاص • عدم تشخیص چهارضلعی‌ها در صورت چرخش یا کشیده شدن آنها • عدم درک تمایز بین محیط و مساحت • درک محیط و مساحت به صورت جابه‌جا • عدم درک ارتباطات بین ویژگی‌های مختلف چهارضلعی‌ها • درک مفهوم موازی بودن به صورت منفک ولی عدم تشخیص توازی در یک شکل هندسی 	<p>ویژگی‌های چهارضلعی‌ها و روابط بین آنها</p>	
<p>۴-۱-۱۶-۵-۱۷</p>	<ul style="list-style-type: none"> • استفاده از داده‌های قابل مشاهده مثل اعدادی که برای محاسبه محیط و مساحت روی شکل نوشته می‌شود حتی اگر داده‌ها کمتر یا بیشتر از نیاز باشد • عدم درک محیط در شکلی که به شکل‌های مختلف افراز شده و جمع کردن خطوط داخلی شکل‌ها برای محاسبه محیط • محاسبه قطر‌ها در محیط • عدم توانایی به کار بردن تعاریف و ویژگی‌های چهارضلعی‌ها در حل مسئله علیرغم آگاهی از آن (مثال: آگاهی از مجموع زوایای داخلی چهارضلعی محدب که ۳۶۰ درجه است و عدم توانایی در پیدا کردن زاویه‌های داخلی مجهول) • عدم توانایی در رسم تمام یا تعدادی از ارتفاع‌های متوازی‌الاضلاع و دوزنقه • خطا در ترسیم دقیق چهارضلعی‌ها (توجه به زوایا و اضلاع) به کمک ابزارهایی مانند نقاله و گونیا 	<p>اشتباهات ترسیمی و محاسباتی</p>	
<p>۳-۲-۱-۱۳-۱۲-۱۷</p>	<ul style="list-style-type: none"> • عدم درک این که یک شکل بیش از یک نام داشته باشد • اسامی اشکال هندسی و برخی عبارات مربوط به آنها در زبان‌های مختلف بر درک دانش‌آموزان از آن شکل و ویژگی‌هایش اثر دارد مثلا کلمه متوازی‌الاضلاع به وضوح موازی بودن اضلاع را بیان می‌کند اما واژه دوزنقه درکی از شکل آن نمی‌دهد • واحد سانتی‌مترمربع یا مترمربع زمانی که برای مساحت اشکال غیر از مربع به کار می‌رود، گیج‌کننده است و برخی دانش‌آموزان گمان می‌کنند که برای مساحت مستطیل باید از واحد سانتی‌متر مستطیل استفاده کنند 	<p>تاثیرات زبان و واژگان</p>	
<p>۳-۲-۱-۱۴-۱۳-۱۲- ۸-۱۸-۱۷-۲۰</p>	<ul style="list-style-type: none"> • دانش‌آموزان مربع را نصف مستطیل می‌دانند • مربع را متوازی‌الاضلاع، مستطیل و یا لوزی نمی‌دانند • یکسان دانستن طول قطر و ضلع مربع • بیش‌تعمیمی و مربع دانستن مکعب 	<ul style="list-style-type: none"> • مربع 	
<p>۳-۱۶-۱۵-۸-۱۷</p>	<ul style="list-style-type: none"> • در رسم ارتفاع دوزنقه مشکل دارند • عدم تشخیص اضلاع موازی در دوزنقه • بیش‌تعمیمی ویژگی‌های دوزنقه متساوی‌الساقین مثل برابر بودن زوایا و یا ساق‌ها به سایر دوزنقه‌ها • عدم شناسایی دوزنقه‌هایی که قائم‌الزاویه و یا متساوی‌الساقین نیستند به دلیل تاکید کتب درسی و معلمان بر این دو نوع دوزنقه 	<ul style="list-style-type: none"> • دوزنقه 	<p>چهارضلعی‌های خاص</p>
<p>۳-۲-۱-۱۲-۱۱-۸</p>	<ul style="list-style-type: none"> • ارتفاع متوازی‌الاضلاع را تشخیص نمی‌دهند • متوازی‌الاضلاع را شکلی با اضلاع مورب می‌دانند • شکلی که نباید زاویه ۹۰ درجه داشته باشد • نداشتن تقارن در متوازی‌الاضلاع به عنوان ویژگی اصلی شناخته می‌شود که منجر به عدم دسته‌بندی مربع و مستطیل به‌عنوان متوازی‌الاضلاع می‌شود • شناسایی زوایای مجاور به جای زوایای روبه‌رو • مساحت متوازی‌الاضلاع را حاصل ضرب ارتفاع در قاعده تقسیم بر ۲ می‌دانند 	<ul style="list-style-type: none"> • متوازی‌الاضلاع 	

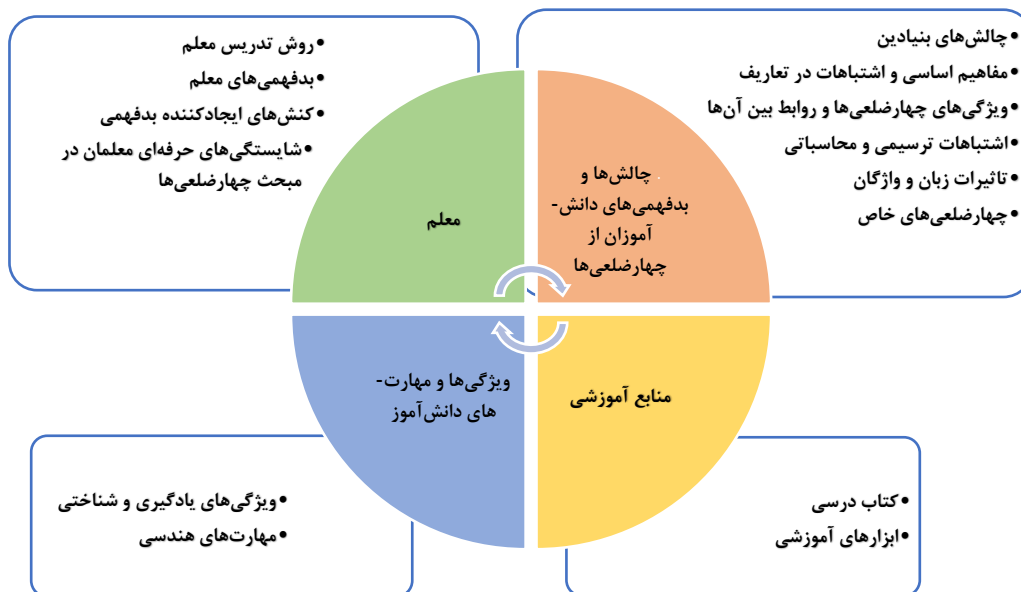
<p>۳-۲-۷-۱-۱۴-۱۳-۸- ۹-۱۸-۱۹-۱۷-۲۰</p>	<ul style="list-style-type: none"> • مستطیل را متوازی‌الاضلاع نمی‌دانند • فرض تغییر مساحت مستطیل در صورت تبدیل آن به متوازی‌الاضلاع • شکلی مستطیل است که یک جفت ضلع آن از یک جفت دیگر بلندتر باشد • فقط مستطیل با یک ضلع افقی شناسایی می‌شود 	<ul style="list-style-type: none"> • مستطیل 		
<p>۱-۱۶-۱۵-۱۸-۲۰</p>	<ul style="list-style-type: none"> • عدم درک موازی بودن اضلاع در لوزی • مشکل در برقراری ارتباط لوزی و مربع • لوزی نمی‌تواند هم جزو کایت‌ها باشد و هم متوازی‌الاضلاع • لوزی نمی‌تواند زاویه ۹۰ درجه داشته باشد 	<ul style="list-style-type: none"> • لوزی 		
<p>۴-۱-۱۶-۱۳-۱۸-۱۷- ۲۰</p>	<ul style="list-style-type: none"> • داشتن دانش پیش‌نیاز (برای مثال آگاهی از مفاهیمی همچون توازی، ضلع و زاویه برای یادگیری تعاریف و ویژگی‌های چهارضلعی‌ها دانش پیش‌نیاز محسوب می‌شود) • مهارت برقراری ارتباط بین دانش پیشین و دانش جدید • سبک یادگیری دانش‌آموز (حرکتی، بصری و شنوایی) • اهمیت سطوح تفکر هندسی دانش‌آموز (بر اساس فن‌هیلی) 	<ul style="list-style-type: none"> • ویژگی‌های یادگیری و شناختی 	<p>ویژگی‌ها و مهارت‌های دانش‌آموز</p>	
<p>۲۰-۱۸</p>		<ul style="list-style-type: none"> • مهارت شفاهی • مهارت ترسیمی • مهارت منطقی • مهارت کاربردی 	<p>مهارت‌های هندسی</p>	
<p>۴-۱-۱۶-۱۴-۵-۱۱- ۸-۱۸-۲۰-۱۷</p>	<ul style="list-style-type: none"> • تاثیر مثبت برقراری اتصال مباحث جدید با دانش پیشین • اثرگذاری راهبردهای آموزشی اتخاذ شده توسط دبیران بر یادگیری چهارضلعی‌ها • موثر بودن ویژگی‌هایی در تدریس مثل ارائه مثال‌ها و نامثال‌ها، درخواست از دانش‌آموز برای ارائه تعریف پیش از تعریف رسمی و درخواست ارائه مثال و نامثال از دانش‌آموز • تاثیر تشویق دانش‌آموزان به رسم درست اشکال بر کاهش اشتباهات دانش‌آموزان • اثرگذاری مثبت استفاده از نمودار رابطه چهارضلعی‌ها بر درک سلسله‌مراتبی دانش‌آموزان • کم‌اثر بودن روش تدریس سنتی و مستقیم برای رفع بدفهمی‌ها • اهمیت مشارکت دانش‌آموزان در فرایند یادگیری 	<p>روش تدریس معلم</p>		
<p>۲-۱۶-۱۵-۱۲-۱۱-۶- ۸-۹-۱۳</p>	<ul style="list-style-type: none"> • نقص دانش محتوای موضوعی معلمان از تعاریف، ویژگی‌ها و ارتباطات چهارضلعی‌ها • عدم درک سلسله‌مراتبی روابط بین چهارضلعی‌ها • اثر منفی ضعف مهارت تفکر هندسی معلمان بر عملکرد دانش‌آموزان در مبحث چهارضلعی‌ها • بیان نادرست تعاریف و ویژگی‌ها • عدم بیان شروط کافی در تعاریف چهارضلعی‌ها • بیان شروط و ویژگی‌های مازاد در تعاریف چهارضلعی‌ها • تحت تاثیر "شکل اولیه" بودن • عدم شناخت ویژگی‌های مربوط به قطرها و زوایا و کمتر پرداختن به آنها 	<p>بدفهمی‌های معلم</p>		<p>معلم</p>
<p>۲-۱۴-۵-۱۲-۱۱-۶- ۸-۹</p>	<ul style="list-style-type: none"> • عدم تدریس با نگاه سلسله‌مراتبی • استفاده دبیران از "شکل‌های اولیه" و پرهیز از ارائه مسائل چالشی در ارزشیابی (این کار سبب می‌شود که دانش‌آموزان گمان کنند که یادگیریشان کامل و بی‌نقص است و متوجه وجود بدفهمی یا اشتباهات خود نمی‌شود) • عدم وضوح ارتباط میان چهارضلعی‌ها در ذهن دانش‌آموزان به علت عدم تاکید بر ارتباطات میان آنها توسط معلم • عدم ارائه تعریف دقیق توسط معلم برای اشکال چهارضلعی و بیان سراسری تعریف مثل اینکه مربع شکلی است که همه ضلع‌های آن با هم برابر باشند و عدم اشاره به تعداد ضلع و یا ویژگی زاویه آن • انتقال تصورات نادرست معلمان به دانش‌آموزان • ایجاد بدفهمی به علت تشویق دانش‌آموزان به حفظ فرمول‌ها و قواعد در پاسخ به چالش‌های آنها • معرفی مربع و مستطیل به عنوان حالتی "خاص" از متوازی‌الاضلاع که منجر می‌شود دانش‌آموزان در حالت کلی آنها را متوازی‌الاضلاع ندانند 	<p>کنش‌های ایجادکننده بدفهمی</p>		

	<ul style="list-style-type: none"> • ترسیم نادقیق اشکال بر روی تخته کلاس درس 		
۴-۵-۱۲-۱-۱۱-۲۰-۱۹	<ul style="list-style-type: none"> • تشخیص مشکلات و بدفهمی‌های دانش‌آموزان در مبحث چهارضلعی‌ها و مباحث مربوط به آن توسط معلمان • وجود شایستگی‌های حرفه‌ای متناسب • کمک به تدریس و رشد دانش‌آموزان با داشتن عادات ذهنی هندسی مانند سوال پرسیدن، جست‌وجوی ساختارها و مثال‌ها، مشورت با کارشناسان، ایجاد ارتباط، تجزیه و تحلیل و تعمیم • توجه معلمان به مراحل رشد شناختی دانش‌آموزان • فرصت دادن به دانش‌آموز برای کشف ویژگی‌های چهارضلعی‌ها • اثرگذاری دانش معلمان از یک محتوای خاص بر عملکرد و فهم دانش‌آموزان • توجه معلم به تسلط دانش‌آموزان بر دروس پیش‌نیاز 	<ul style="list-style-type: none"> • شایستگی‌های حرفه‌ای معلمان در مبحث چهارضلعی‌ها 	
۲-۳-۷-۱۶-۱۳-۱۱-۸-۶	<ul style="list-style-type: none"> • کم‌تعداد بودن شکل‌های متنوع و نامثال‌ها که موجب ایجاد پدیده "شکل اولیه" می‌شود • ارائه محدود مفاهیم و مسائل مربوطه با وجود پیچیدگی چهارضلعی‌ها • نوع ارائه تعاریف چهارضلعی‌ها به‌گونه‌ای باشد که شرایط را برای درک سلسله‌مراتبی فراهم کند • ارائه تصویر یا نقشه مفهومی از روابط میان چهارضلعی‌ها برای ایجاد ذهنیت سلسله‌مراتبی • اهمیت توجه به ترسیم صحیح چهارضلعی‌ها توسط دانش‌آموزان در کتاب درسی 	<ul style="list-style-type: none"> • کتاب درسی 	منابع آموزشی
۴-۱-۱۶-۱۸-۲۰	<ul style="list-style-type: none"> • اثربخشی منابع آموزشی مانند نرم‌افزارهایی همچون جنوجیرا و یا کاربرگ‌های متنوع • بهره‌گیری از ابزارهای آموزشی جهت ترسیم اشکال دقیق که به درک دانش‌آموز کمک می‌کند • اهمیت استفاده از ابزارهایی مانند خط‌کش و نقاله 	<ul style="list-style-type: none"> • ابزارهای آموزشی 	

برای ارزیابی میزان توافق این کدگذاری‌ها و پایایی تحلیل از شاخص کاپا استفاده گردید و عدد آن $0/78$ محاسبه شد که نشان از پایایی مناسب این کدگذاری دارد.

گام هفتم: ارائه یافته‌ها

پس از بررسی نظام‌مند منابع معین شده در مطالعه حاضر و کدگذاری و تحلیل متن این منابع، ۱۰۱ کد نهایی استخراج شد که پس از دسته‌بندی به ۱۴ مضمون و ۴ مقوله حول محور عوامل موثر بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان تفکیک شد. در شکل ۲، مدل مفهومی یافته‌های ذکر شده قابل رویت است



بحث و نتیجه‌گیری

پژوهش حاضر با هدف شناسایی عوامل موثر بر عملکرد دانش آموزان در مبحث چهارضلعی‌ها و با تمرکز بر تعاریف، ویژگی‌ها و روابط آنها صورت گرفت که در این راستا از روش فراترکیب استفاده گردید. تعدد عوامل اثرگذار در این حوزه و گستردگی آنها و همچنین عدم یافتن مطالعه‌ای که ترکیبی جامع از این عوامل را معرفی کرده باشد، ضرورت انجام چنین پژوهشی را نمایان می‌کند. مدل مفهومی نهایی که نتیجه ترکیب، تفسیر و تحلیل عوامل مستخرج از مطالعات بررسی شده است، شامل چهار مقوله اصلی چالش‌ها و بدفهمی‌های دانش آموزان از چهارضلعی‌ها، معلم، منابع آموزشی و ویژگی‌ها و مهارت‌های دانش آموز است که هر کدام چندین مضمون را در بر دارند.

بدفهمی‌های دانش آموزان که بیشترین سهم از مضامین و کدهای نهایی را شامل است، به نوعی تقسیم به دو بخش می‌شود که یک بخش آن بدفهمی‌های مربوط به درک و یادگیری مفاهیم، تعاریف، ویژگی‌ها و محاسبات چهارضلعی‌ها به طور عام است و بخش دیگر، بدفهمی‌هایی که مختص هر یک از اشکال چهارضلعی با ویژگی‌های منحصر به فرد خودش است. در بخش اول بدفهمی درونی شدن شکل اولیه که ذیل مضمون چالش‌های بنیادین معرفی شده است، یکی از اساسی‌ترین و رایج‌ترین بدفهمی‌هایی است که خود، عامل ایجاد بسیاری از بدفهمی‌های دیگر است. این بدفهمی نه تنها در میان دانش آموزان رواج دارد بلکه بسیاری از معلمان و دانشجومعلم‌ان نیز با آن درگیر هستند (کوزاکلی و همکاران، ۲۰۱۷؛ ازدمیر و چکیردکسی، ۲۰۲۲؛ سیبلوسکی و همکاران، ۲۰۲۴). البته باید توجه داشت که شکل اولیه تنها منحصر به مبحث چهارضلعی‌ها نیست و در هر مبحث ریاضیاتی امکان تشکیل یک نمونه اولیه وجود دارد مانند نمونه اولیه معادلات که متغیر x و y به ترتیب در سمت راست و چپ تساوی در نظر گرفته می‌شوند. اما چالش این پدیده در مبحث چهارضلعی‌ها از آن جهت بیشتر است که موجب ایجاد اختلال در تشخیص روابط سلسله‌مراتبی توسط دانش آموز می‌شود که خود یکی از مهم‌ترین چالش‌های مربوط به این مبحث است. پیشنهاداتی که توسط پژوهش‌های مورد بررسی این فراترکیب، پیرامون رفع بدفهمی شکل اولیه مطرح شده است، شامل پرهیز از ارائه شکل‌های یکنواخت توسط معلمان و کتب درسی، طراحی فعالیت‌های آموزشی شامل ترسیم انواع متفاوتی از یک چهارضلعی مانند مستطیل، ارائه مثال‌ها و نامثال‌ها به دانش آموزان، ارائه چهارضلعی‌های متفاوت از شکل اولیه در امتحانات و ارزشیابی‌ها است. همچنین اختصاص زمان و فعالیت‌های بیشتر در ابتدای آموزش اشکال چهارضلعی و ارائه نمونه‌های متفاوت مانند شکل‌های چرخش یافته یا کشیده‌تر از چهارضلعی‌ها نیز موثر است و منجر به کسب تجربه بیشتر توسط دانش آموزان در این حیطة می‌شود. در خصوص درک رابطه سلسله‌مراتبی نیز پیشنهاداتی از قبیل ارائه نقشه‌مفهومی روابط میان چهارضلعی‌ها و یا ویژگی‌های آنها در کلاس‌های درس و یا کتب آموزشی و همچنین درخواست از دانش آموزان جهت ترسیم چنین نقشه‌های مفهومی می‌تواند مثمر ثمر باشد (زارعی، ۱۳۹۷).

بدفهمی‌های مربوط به محیط و مساحت چهارضلعی‌ها نیز به دو دسته اشتباهات محاسباتی و بدفهمی‌های بنیادین قابل تقسیم شدن هستند که در مورد اول عدم درک و یا عدم تشخیص اجزای موثر در محاسبه محیط و مساحت مانند قاعده، ضلع یا ارتفاع موجب می‌شود تا دانش آموز نتواند محاسبات درستی انجام دهد که در واقع ریشه اصلی این چالش همان عدم تسلط به مفاهیم پیش نیاز است. از طرفی عدم درک مفهوم محیط و مساحت و سریع بودن فرآیند گذر از مرحله آزمون و خطا به مرحله فرموله شدن این مفاهیم، سبب ایجاد بدفهمی‌هایی در این حوزه می‌شود. این بدفهمی‌ها در پس استفاده مکرر از قواعد حفظ شده پنهان می‌گردد و معلمان پایه‌های بالاتر به فراخور موضوعی که باید تدریس شود، دانش آموزان را به اصل مفهوم محیط و مساحت رهنمون نشده و بیش از پیش دانش آموزان را به استفاده و به‌خاطر سپاری فرمول‌ها ترغیب می‌کنند. در واقع، شاید یکی از علل ایجاد بدفهمی در موضوع محیط و مساحت، ارائه آموزش این دو مفهوم به صورت همزمان و در یک پایه تحصیلی و حتی در یک درس باشد. همچنین کم‌تعداد بودن تمرین‌هایی که تعریف این دو مفهوم را پیش از معرفی فرمول‌های مربوط به هر چهارضلعی بیان می‌کند نیز از علل

دیگر ایجاد بدفهمی به کار بستن فرمول محیط به جای مساحت، عدم در نظر گرفتن تمایز میان این دو مفهوم و فرمول محور شدن دانش‌آموزان شناخته می‌شود (عبدالله و شین^۱، ۲۰۱۹). این موضوع در مورد کتب درسی ایران نیز صدق می‌کند.

بدفهمی‌های مربوط به تاثیرات زبان و واژگان نیز از آن جهت که کمتر مورد توجه معلمان و دانش‌آموزان قرار می‌گیرند، می‌توانند دیرتر شناسایی شده و یا اصولاً مطرح نشوند. در واقع، انتظارات بدینگونه است که اگر در درس ریاضی مشکلی وجود دارد، پس حتماً این مشکل مربوط به حوزه ریاضیات است و راه‌حلی ریاضیاتی دارد؛ در صورتی که زبان و واژگان، پیش‌نیازهای پنهان ریاضی هستند. اصولاً وجود چالش در درک زبان و خوانش بر درک دانش‌آموز از مسئله ریاضی و تدریس معلم اثرگذار است (لیس^۲ و همکاران، ۲۰۱۹). اگر دانش‌آموز «زاویه راست» را به‌عنوان زاویه ۹۰ درجه درک نکند و آن را در مقابل «زاویه چپ» بداند و زاویه‌ای تند را که به سمت راست است به‌عنوان زاویه ۹۰ درجه شناسایی کند، احتمالاً معلمان و خانواده برای رفع این اشتباه بارها و بارها تعریف زاویه راست را تکرار خواهند کرد، در حالی که با توضیح تفاوت کلمه راست در مبحث زاویه‌ها با مفهوم جهت راست، احتمال رفع مشکل دانش‌آموز بیشتر است (بخشعلی‌زاده و بروجردیان، ۱۳۹۶). این مورد تنها مربوط به زبان فارسی نیست و در زبان‌ها و گویش‌های دیگری نیز چنین چالش‌هایی وجود دارد. به‌عنوان مثال، در زبان ترکی استانبولی برای دوزنقه از واژه‌ای استفاده می‌شود که به معنای «کج و منحرف» بوده و این موضوع سبب شده تا درک دانش‌آموزان از شکل دوزنقه، شکلی باشد که کج و معوج است (اکاش و تورنوکلو، ۲۰۱۵). همچنین در زبان اندونزیایی به مستطیل، مربع بلند یا کشیده^۳ گفته می‌شود که این موضوع در درک دانش‌آموزان از این که مربع یک مستطیل است اثر منفی دارد (سوسانتو^۴، ۲۰۲۰). لذا با توجه به تفاوت‌های دانش‌آموزان در درک کلمات و در واقع ویژگی‌های سطوح شناختی مدل فن‌هیلی که این تفاوت زبانی را نشان می‌دهد، می‌توان از بروز چنین بدفهمی‌هایی جلوگیری کرد و یا با شناخت آنها در رفع بدفهمی‌های ایجاد شده کوشید (بخشعلی‌زاده و بروجردیان، ۱۳۹۶).

در میان چهارضلعی‌های خاص، شکل دوزنقه به‌گواه بسیاری از پژوهش‌های این فراترکیب، بیشترین چالش را برای دانش‌آموزان به‌همراه دارد. از علل این امر می‌توان به ثقیل و عجیب بودن واژه «دوزنقه» برای دانش‌آموزان، کمتر دیده شدن و کمتر به کار بردن دوزنقه در زندگی روزمره، دیرتر معرفی شدن آن در نظام آموزشی نسبت به سایر اشکال مانند مربع و مستطیل، محاسبه پیچیده‌تر محیط و مساحت آن، داشتن مقادیر بیشتر برای محاسبات (ارتفاع، قاعده بزرگ و قاعده کوچک و ...)، عدم برقراری ارتباط بین دوزنقه با اشکال آشنا مثل مربع و مستطیل و عدم ارائه تعریفی دقیق از دوزنقه در سال‌های اولیه آشنایی با آن اشاره کرد (اکاش و تورنوکلو، ۲۰۱۵).

عامل اثرگذار دیگر بر عملکرد دانش‌آموزان در مبحث چهارضلعی‌ها، معلم است. مضامین معرفی شده ذیل این مقوله شامل روش تدریس معلم، بدفهمی‌های معلم، کنش‌های ایجادکننده بدفهمی و شایستگی‌های حرفه‌ای معلمان در مبحث چهارضلعی‌ها هستند. روش تدریس اتخاذ شده توسط معلمان و مهم‌تر از روش تدریس، فعالیت‌ها و رفتارهای مثبت و موثری که در کلاس درس انجام می‌دهند، اهمیت فراوانی در کیفیت یادگیری دانش‌آموزان خواهد داشت. این موضوع در پژوهش‌های معرفی‌شده در فراترکیب حاضر به‌طور ویژه در مورد مبحث چهارضلعی‌ها مورد بررسی قرار گرفته است و مشارکت دادن دانش‌آموزان در فرآیند یادگیری، اتخاذ شیوه‌های تدریس متفاوت از شیوه تدریس سنتی، ارائه مثال‌ها و نامثال‌ها در حین تدریس و تشویق دانش‌آموزان به ترسیم دقیق اشکال از جمله فعالیت‌هایی هستند که به عنوان عوامل موثر بر عملکرد دانش‌آموزان در این حوزه معرفی شده‌اند (ساهیین و باسگول، ۲۰۲۰؛ سیامس‌الدین، ۲۰۱۹).

عامل بدفهمی‌های معلمان، نقش بسیار مهم و کمتر دیده‌شده‌ای در عملکرد دانش‌آموزان دارد. بسیاری از پژوهش‌ها به بدفهمی‌های دانش‌آموزان می‌پردازند و شیوه‌های تدریس و یا اشکالات تدریس معلمان را بررسی می‌کنند، اما کمتر به مسئله میزان تسلط معلم به

¹ Abdullah & Shin

² Leiss

³ long square (persegi panjang)

⁴ Susanto

مباحث درسی می‌پردازند. علت این امر می‌تواند دور از ذهن بودن وجود مشکل در یادگیری معلمان باشد که سال‌ها تجربه‌اندوژی کرده و به دانش‌آموزان آموزش می‌دهند و تحصیلات دانشگاهی مربوط به تدریس همین دروس را دارند. همچنین چالش برانگیز بودن پژوهش در این رابطه، نسبت به پژوهش در مورد بدفهمی‌های دانش‌آموزان، از دیگر علل کم‌تعداد بود مطالعات بدفهمی معلمان است. با این حال پژوهش‌هایی در خصوص بدفهمی دانش‌جو معلمان و معلمان در مبحث چهارضلعی‌ها صورت گرفته است که در نتیجه آن مواردی همچون درونی شدن شکل اولیه، عدم درک رابطه سلسله‌مراتبی میان چهارضلعی‌ها، بیان نادرست تعاریف و ویژگی‌ها و عدم شناخت ویژگی‌های مربوط به قطرها و زوایا به عنوان بدفهمی‌های معلمان شناسایی شدند (البهاری و همکاران، ۲۰۲۳؛ دی پروئینسا، ۲۰۲۳). در واقع عنوان این بدفهمی‌ها همانند بدفهمی‌های مربوط به دانش‌آموزان است که این مطلب چندان دور از ذهن نیست، چراکه تدریس و آموزش معلم تاثیر مستقیم بر یادگیری دانش‌آموزان دارد و با فرض انتقال کامل مفاهیم از معلم به دانش‌آموزان، بدفهمی‌های او نیز به آنها منتقل می‌شود. البته باید توجه داشت که در برخی از این بدفهمی‌ها میان معلمان و دانش‌آموزان تفاوت‌هایی از نظر سطوح شناختی فن‌هیلی وجود دارد به این معنا که انتظار می‌رود دانش‌جو معلمان و معلمان توانایی پاسخ به مسائل مطرح شده در سطوح شناختی بالاتر را داشته باشند، اما بدفهمی‌های ذکر شده مانع ارائه پاسخ صحیح توسط ایشان می‌شود. در هر صورت اثرگذاری منفی بدفهمی معلمان بر عملکرد دانش‌آموزان غیرقابل کتمان است و نیاز به توضیح بیشتر ندارد، بنابراین کوشش در جهت رفع این بدفهمی‌ها و همچنین توانمندسازی معلمان در راستای شناسایی و رفع بدفهمی‌های دانش‌آموزان وظیفه‌ای سنگین بر دوش دستگاه‌های متولی امر آموزش معلمان است.

عامل دیگری که در پژوهش‌ها مورد بررسی قرار گرفته است، کنش‌ها و رفتارهایی از جانب معلمان است که منجر به ایجاد بدفهمی در دانش‌آموزان می‌شود. مواردی همچون عدم تاکید بر روابط سلسله‌مراتبی چهارضلعی‌ها، بیان نادقیق تعاریف، رسم نادقیق چهارضلعی‌ها بر روی تخته، توصیه و تاکید بر حفظ و استفاده از فرمول‌ها در پاسخ به اشکالات پایه‌ای دانش‌آموزان، استفاده از شکل‌های اولیه و معرفی مربع و مستطیل به‌عنوان حالت خاصی از متوازی‌الاضلاع و نه به‌عنوان یک متوازی‌الاضلاع، از جمله این فعالیت‌ها هستند. در واقع، تدریس به‌منزله عملی است که هر کنش و واکنش از جانب معلم در آن می‌تواند معنایی را در ذهن دانش‌آموزان ایجاد کند.

از دیگر مقولات اثرگذار بر عملکرد هندسی دانش‌آموزان در مبحث چهارضلعی‌ها، منابع آموزشی هستند که بارزترین آنها کتاب درسی است. کتب درسی به‌منزله نقشه‌راه معلمان عمل می‌کنند و به‌ویژه در مباحثی مانند چهارضلعی‌ها که نیازمند ارائه تعریف است، تکیه معلمان به تعاریف کتاب درسی است. حد و حدود آموزش مباحث مختلف و ترتیب پیشنهادی آن توسط کتاب درسی بیان می‌شود و در نظام آموزشی متمرکز ایران، این دستورالعمل‌ها توسط معلمان، نه به صورت صددرصدی ولی با تبعیت بالایی اجرا می‌شود. از طرفی، تاکید بر تمرین‌های کتاب درسی در آزمون‌های مدرسه‌ای و هماهنگ کشوری و توصیه مولفان کتب درسی مبنی بر تمرکز بر تمرین‌های کتاب درسی و پرهیز از به‌کارگیری کتب کمک‌آموزشی موجب می‌شود تا نقش کتاب درسی بسیار پررنگ و حائز اهمیت باشد. کتاب‌های درسی خود می‌توانند عامل ایجاد بدفهمی یا چالش‌هایی در یادگیری باشند. این امر در حوزه چهارضلعی‌ها می‌تواند با ارائه مکرر شکل‌های اولیه، عدم ارائه نامثال‌ها، تنوع کم تمرین‌ها، عدم تاکید بر تعاریف، عدم تاکید بر رابطه سلسله‌مراتبی چهارضلعی‌ها و چینش نامناسب مباحث درسی صورت گیرد (یوکاپ و همکاران، ۲۰۲۰). البته لازم به ذکر است که مطرح کردن این موارد در پژوهش حاضر لزوماً به معنای وجود این مشکلات در کتب درسی کشورمان ایران نیست، چرا که پژوهش‌های بررسی شده صرفاً محدود به پژوهش‌های داخلی نبوده و هدف ارائه مجموعه‌ای از مواردی است که وجود آنها در کتب درسی می‌تواند آسیب‌زا باشد و بررسی وجود یا عدم وجود چنین مواردی در کتب درسی کشور، نیازمند پژوهش دیگری است.

به‌غیر از کتب درسی، سایر منابع آموزشی شامل کتب، جزوات و کاربرگ‌های کمک‌آموزشی، نرم‌افزارهای تعاملی و آموزشی و همچنین ابزارهایی مانند خط‌کش، نقاله، پرگار و ... نیز در پژوهش‌های حوزه چهارضلعی‌ها مورد بررسی قرار گرفته‌اند. میزان اثرگذاری

این ابزارها در پژوهش‌های مختلف متفاوت است اما دارای اثر مثبت بر روند کلی آموزش چهارضلعی‌ها هستند. از نظر برخی از معلمان ابزارهای آموزشی رایج‌های مانند جئوجبرا اثر کمتری به نسبت ابزارهای نیازمند دست‌ورزی مانند خط‌کش و گونیا دارند چراکه دانش‌آموزان به این نرم‌افزارها به دید بازی و سرگرمی نگاه می‌کنند و از آن‌جا که مهارت فنی لازم برای کار با آن را ندارند، بیشتر از آن‌که سازنده اطلاعات باشند، دریافت‌کننده آن هستند (آکار و ایشیکسال-بوستان، ۲۰۲۴). از این جهت در کنار بهره‌مندی از مزایایی که ابزارهای فناورانه دارند، از قدرت کشف مفاهیم توسط دانش‌آموزان و همچنین دست‌ورزی نباید غافل شد و دانش‌آموزان با سبک یادگیری حرکتی را نیز باید در نظر گرفت. همچنین نظرات متفاوتی در خصوص کتب کمک آموزشی وجود دارد که برخی، آنها را به علت ارائه تمرین‌ها و مثال‌های بیشتر و متنوع‌تر، مکمل کتب درسی دانسته و برخی، آنها را مغایر با اهداف کتب درسی در نظر می‌گیرند. با این حال استفاده از سوالات گزینش شده کتب کمک آموزشی با در نظر گرفتن اهداف کتب درسی و ارائه سوالات مشابه، جهت تمرین و تکرار بیشتر دانش‌آموزان توسط برخی پژوهش‌ها توصیه شده است (سیامس‌الدین، ۲۰۱۹).

آخرین مقوله با عنوان ویژگی‌ها و مهارت‌های دانش‌آموز با دو مضمون ویژگی‌های یادگیری و شناختی و مهارت‌های هندسی در مدل مفهومی پژوهش حاضر بیان شده است. داشتن دانش پیش‌نیاز، مهارت برقراری ارتباط بین دانش پیشین و دانش جدید، سبک یادگیری دانش‌آموز (حرکتی، بصری و شنوایی) و سطح تفکر هندسی دانش‌آموز (بر اساس فن‌هیلی) مولفه‌های مضمون ویژگی‌های یادگیری و شناختی هستند. اهمیت دانش پیش‌نیاز از مواردی است که بسیار واضح و مبرهن است و این موضوع را شخص دانش‌آموز نیز درک می‌کند و بسیاری از دانش‌آموزان علت ضعف خود در دروس مختلف ریاضی را، ضعف در پایه درسی یا همان دانش پیش‌نیاز می‌دانند (عالمیان و همکاران، ۱۳۹۷). با توجه به این‌که مبحث چهارضلعی‌ها همانند بسیاری دیگر از مطالب ریاضی در پایه‌های مختلف به مرور کامل می‌شود، عدم یادگیری مباحث پیشین و یا وجود نقص و بدفهمی در آن، سبب سرایت این مشکل به آموزش‌های بعدی می‌شود و چه‌بسا دانش‌آموز بعد از مدتی احساس کند که هیچ ارتباطی با دروس جدید نمی‌گیرد. لذا، در وهله اول شناسایی نقص در دانش پیش‌نیاز دانش‌آموزان و سعی در یادآوری آن، توسط معلم باید صورت بگیرد و اگر مشکلات عمیق‌تری از فراموشی یا چالش‌های جزئی وجود داشت، نیاز به طراحی سازوکاری جهت ترمیم بدفهمی‌ها و دانش پیش‌نیاز دانش‌آموزان وجود دارد.

جایگاه نظریه فن‌هیلی و آموزش مباحث هندسه به‌گونه‌ای است که تعداد زیادی از پژوهش‌های حوزه چهارضلعی‌ها با مدد از این نظریه صورت گرفته و لذا نتایج آنها نیز بر اساس سطوح فن‌هیلی گزارش گردیده است. به همین جهت، این موضوع که دانش‌آموزان متناسب با شرایطشان در کدام سطح از سطوح فن‌هیلی قرار دارند و توجه به این نکته توسط معلمان، می‌تواند راهگشا باشد زیرا بر اساس این نظریه، سن تعیین‌کننده پیشرفت هندسی نیست، بلکه گذر از مراحل مختلف تسلط بر مباحث آموزشی، جایگاه هر فرد در این سطوح پنجگانه را مشخص می‌کند و برای حاصل شدن پیشرفت، کمک کردن به دانش‌آموز جهت عبور از سطحی که در آن قرار دارد، بهترین راهکار است. در نهایت، مهارت‌های هندسی شامل مهارت منطقی، شفاهی، ترسیمی و کاربردی به‌عنوان عوامل اثرگذار بر عملکرد دانش‌آموزان در مبحث چهارضلعی‌ها شناسایی شدند و رابطه آنها با پیشرفت در این حوزه بررسی گردید.

نکته‌ای که باید بدان توجه کرد این است که مقولات، مضامین و کدهای نهایی شناسایی شده در این پژوهش قابلیت اکتساب و ازدیاد را دارند و با انجام پژوهش‌های بیشتر در این حوزه، مدل مفهومی ارائه شده کامل‌تر می‌گردد. از طرفی، حوزه چهارضلعی‌ها همچنان نیازمند پژوهش‌های فراوانی جهت کشف رابطه عوامل مختلف با عملکرد دانش‌آموزان در این مبحث است. بررسی عمیق‌تر عوامل ذکر شده همچنان می‌تواند در دستور کار قرار گیرد؛ ضمن این‌که عواملی مانند عوامل روانشناختی دانش‌آموز یا تاثیر برقراری ارتباط میان مبحث چهارضلعی‌ها با مسائل روزمره و موارد فراوانی از این دست، در پژوهش‌ها یافت نشد که نشان از ظرفیت بالای این حوزه جهت انجام مطالعات مختلف دارد. پژوهش حاضر می‌تواند مخاطبینی از طیف‌های گوناگون معلمان، متخصصان، مشاوران تحصیلی و سایر دست‌اندرکاران آموزشی داشته باشد.

تقدیر و تشکر: این مطالعه با حمایت دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی طبق ابلاغ گزنت شماره ۱۴۰۴/۳۷۴۰۰۱ انجام گردیده است، بدین وسیله از این دانشگاه تشکر و قدردانی می‌گردد.

منابع

بخشعلی زاده، شهرناز، و بروجردیان، ناصر. (۱۳۹۶). شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتوایی هندسه و اندازه‌گیری و مقایسه عملکرد آنها با میانگین عملکرد در سطح بین‌المللی. *نوآوری‌های آموزشی*، ۱۶(۴)، ۱۰۱-۱۲۶. https://noavaryedu.oerp.ir/article_79134.html

زارعی، عاطفه. (۱۳۹۷). ارزیابی میزان یادگیری دانش‌آموزان سال هشتم از چهارضلعی‌ها با استفاده از نقشه مفهومی [پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی مرودشت]. مرودشت: ایرانداک. <https://ganj.irandoc.ac.ir/#/articles/ed2281b5969a7b26d0d0836c2d9967a9>

سبزعلی، نوید، و توانایی، ندا. (۱۳۹۹). بررسی تاثیر آموزش هندسه بر مبنای نظریه ون‌هیلی بر یادگیری دانش‌آموزان. *پژوهش در آموزش ریاضی*، ۲۱(۱-۱)، ۱-۱۱. https://journals.cfu.ac.ir/article_1570.html

شورت، ادموند. (۱۳۹۲). روش‌شناسی مطالعات برنامه درسی (ترجمه محمود مهرمحمدی و همکاران). انتشارات سمت. اثر اصلی در سال ۱۹۹۱ منتشر شده است.

صفرپور کلشتری، رضا، رستمی مال‌خلیفه، محسن، بهزادی، محمدحسن، و شاهورانی سمنانی، احمد. (۱۴۰۲). نقش نظریه ون‌هیلی برای ارتقا مهارت‌های هندسی دانش‌آموزان و بدفهمی‌های هندسه. *نشریه پژوهش‌های نوین در ریاضی*، ۹(۴)، ۸۹-۱۰۲. <https://sanad.iau.ir/fa/Article/798538?FullText=FullText>

عالمیان، وحید، سیدی، محمد، و حبیبی، ملوک. (۱۳۹۷). شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان پایه هشتم در مهارت‌های هندسی در هندسه و استفاده از نظریه ون‌هیلی برای ارتقاء و بهبود سطح مهارت‌های هندسی دانش‌آموزان. *نوآوری‌های آموزشی*، ۱۷(۳)، ۱۴۷-۱۲۳. https://noavaryedu.oerp.ir/article_82390.html

محمدی، مهدی، صابری، مریم، سلیمی، قاسم، و نوری، نوشین. (۱۳۹۷). راهنمای عملی روش فراترکیب در شناسایی شایستگی‌های حرفه‌ای معلمان در تدریس ماهیت علم. *مطالعات برنامه درسی ایران*، ۱۳(۵۰)، ۷۳-۱۰۶. https://www.jcsicsa.ir/article_85591.html

ملکی، شیوا، زاهد بابلان، عادل، خالق خواه، علی، و تقوی، حسین. (۱۴۰۲). پیشایندهای تحقق صدای دانش‌آموز: یک مطالعه فراترکیب. *مطالعات آموزشی و آموزشگاهی*، ۱۲(۴)، ۲۶۷-۲۳۷. https://pma.cfu.ac.ir/article_3451.html

Abdullah, A. H., & Shin, B. (2019). A comparative study of quadrilaterals topic content in mathematics textbooks between Malaysia and South Korea. *Journal on Mathematics Education, 10*(3), 315-340. <https://doi.org/10.22342/jme.10.3.7572.315-340>

Akar, N., & Işıksal-Bostan, M. (2024). The didactic transposition of quadrilaterals: The case of 5th grade in Turkey. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 55*(3), 628-649. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.2022228>

- Akkaş, E., & Türnüklü, E. (2015). Middle school mathematics teachers' pedagogical content knowledge regarding student knowledge about quadrilaterals. *İlköğretim Online*, 14(2), 744-756. <https://doi.org/10.17051/io.2015.1200>
- Atkins, S., Lewin, S., Smith, H., Engel, M., Fretheim, A., & Volmink, J. (2008). Conducting a meta-ethnography of qualitative literature: Lessons learnt. *BMC Medical Research Methodology*, 8(21), 1-10. <https://doi.org/10.1186/1471-2288-8-21>
- Critical Appraisal Skills Programme. (2024). *CASP qualitative checklist*. <https://casp-uk.net/casp-checklists/CASP-checklist-qualitative-2024.pdf>
- Cybulski, F. C., Oliveira, H., & Cyrino, M. C. D. C. T. (2024). Quadrilaterals hierarchical classification and properties of the diagonals: A study with pre-service mathematics teachers. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(8), Article em2490. <https://doi.org/10.29333/ejmste/14916>
- de Proença, M. C. (2023). Mathematics teachers' conceptual knowledge about and for teaching quadrilaterals. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, 13(2), 1-18. <https://doi.org/10.37001/ripem.v13i2.3395>
- Elbehary, S. G. A., Fahem, S. M., & Peni, N. R. N. (2023). Track prospective mathematics teachers' understanding of special quadrilaterals: An exploration of level 3 of geometric thinking. *Futurity Education*, 3(3), 20-45. <https://doi.org/10.57125/FED.2023.09.25.02>
- Fadillah, I., Kusnandi, K., Juandi, D., & Suparman, S. (2022). The distance between students' concept image and quadrilateral object definition based on students' mathematical ability. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 13(2), 289-311. <https://doi.org/10.24042/ajpm.v13i2.13090>
- Fujita, T., & Jones, K. (2006). Primary trainee teachers' understanding of basic geometrical figures in Scotland. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings of the 30th PME Conference* (Vol. 3, pp. 14-21). PME. <http://eprints.soton.ac.uk/id/eprint/41247>
- Hershkowitz, R., & Vinner, S. (1980). Concept images and common cognitive paths in the development of some simple geometrical concepts. In R. Karplus (Ed.), *Proceedings of the 4th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 177-184). Lawrence Hall of Science.

- <https://weizmann.elsevierpure.com/en/publications/concept-images-and-common-cognitive-paths-in-the-development-of-s>
- Korkmaz, E., & Morali, H. S. (2022). A meta-synthesis of studies on the use of augmented reality in mathematics education. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 17(4), Article em0701. <https://doi.org/10.29333/iejme/12269>
- Kozakli Ulger, T., & Tapan Broutin, M. S. (2017). Pre-service mathematics teachers' understanding of quadrilaterals and the internal relationships between quadrilaterals: The case of parallelograms. *European Journal of Educational Research*, 6(3), 331-345. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.6.3.331>
- Leiss, D., Plath, J., & Schwippert, K. (2019). Language and mathematics: Key factors influencing the comprehension process in reality-based tasks. *Mathematical Thinking and Learning*, 21(2), 131-153. <https://doi.org/10.1080/10986065.2019.1570835>
- Mulia, M. W., Usodo, B., & Kusmayadi, T. A. (2019). Quadrilateral learning based on brain potencies of 7th grade in Karanganyar regency, Indonesia. *International Journal of Educational Research Review*, 4(4), 652-659. <https://doi.org/10.24331/ijere.628478>
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L., & Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 international results in mathematics and science*. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. <https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/international-results/>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM. <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/>
- Noblit, G. W., & Hare, R. D. (1988). *Meta-ethnography: Synthesizing qualitative studies*. SAGE Publications.
- Okazaki, M., & Fujita, T. (2007). Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, & D. Y. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 41-48). PME. https://www.researchgate.net/profile/George-Philippou-2/publication/266339265_STUDENTS%27_MOTIVATION_AND_ACHIEVEMENT_AND_TEACHERS%27_PRACTICES_IN_THE_CLASSROOM/links/542f9a1d0cf277d5

- Özdemir, A., & Çekirdekci, S. (2022). Geometric habits of mind: The meaning of quadrilaterals for elementary school student teachers. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 9(1), 49-66. <https://doi.org/10.17278/ijesim.1033078>
- Ozkan, M., & Bal, A. P. (2017). Analysis of the misconceptions of 7th grade students on polygons and specific quadrilaterals. *Eurasian Journal of Educational Research*, 16(67), 161-182. <https://doi.org/10.14689/ejer.2017.67.10>
- Pagiling, S. L., & Nur'aini, K. D. (2022). Specialized content knowledge of lower secondary school teachers on quadrilaterals. *Pythagoras*, 17(1), 333-345. <https://doi.org/10.21831/pythagoras.v17i1.42446>
- Sahidin, L., Fuad, Y., & Budiarto, M. T. (2019). Teachers' content knowledge in generalizing mind maps of quadrilaterals. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157(4), 1-7. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1157/4/042091>
- Sahin, Ö., & Basgül, M. (2020). Pre-service primary school teachers' pedagogical content knowledge on quadrilaterals. *Acta Didactica Napocensia*, 13(2), 284-305. <https://doi.org/10.24193/adn.13.2.19>
- Sandelowski, M., & Barroso, J. (2006). *Handbook for synthesizing qualitative research*. Springer.
- Seah, R., & Horne, M. (2020). The construction and validation of a geometric reasoning test item to support the development of learning progression. *Mathematics Education Research Journal*, 32(4), 607-628. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00273-2>
- Strogilos, V., King-Sears, M. E., Tragoulia, E., Voulagka, A., & Stefanidis, A. (2023). A meta-synthesis of co-teaching students with and without disabilities. *Educational Research Review*, 38, Article 100504. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2022.100504>
- Susanto, D. (2020). Problematic of definition and terminology affecting primary teachers' mathematical knowledge for teaching geometry. *Journal of Physics: Conference Series*, 1567, Article 022096. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1567/2/022096>

Syamsuddin, A. (2019). Investigating students' geometric thinking in looking for the linkages of quadrilaterals (a case study on students in the formal operation stage). *International Journal of Environmental and Science Education*, 14(7), 435-444.

<http://www.ijese.net/makale/2134.html>

Walsh, D., & Downe, S. (2005). Meta-synthesis method for qualitative research: A literature review. *Journal of Advanced Nursing*, 50(2), 204-211. [https://doi.org/10.1111/j.1365-](https://doi.org/10.1111/j.1365-2648.2005.03380.x)

[2648.2005.03380.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2648.2005.03380.x)

Youkap, P. T., Ngansop, J. N., Tieudjo, D., & Pedemonte, B. (2020). The introduction of proof at the secondary school in Cameroon: A first approach through the study of quadrilaterals and triangles in the textbook. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(3), Article em0599. <https://hdl.handle.net/11584/388166>