شطرنج ابزاری برای ارتقای توانایی حل مسئلهٔ ریاضی

■ محمدعلی رضوانی*
■ محمدرضا فدایی**
■ زهرا گویا***

چکیده:

در این مقاله، ابتدا پیشینهٔ پژوهشی در زمینهٔ حل مسئلهٔ ریاضی مرور می‌شود. سپس به پژوهش‌های انجام‌شده برای مقایسهٔ شطرنج‌بازان «خبره» و «تازه‌کار» و وجه تمایز آن‌ها پرداخته می‌شود. بعد، نقش شطرنج در ارتقای تفکر و استدلال منطقی و سپس، تأثیر آن بر افزایش توانایی‌های حل مسئلهٔ ریاضی، مورد بحث قرار می‌گیرد. آن‌گاه، پژوهش انجام‌شده که هدف اصلی آن، بررسی نقش آموزش شطرنج بر توسعهٔ توانایی‌های حل مسئلهٔ ریاضی دانش‌آموزان پایهٔ پنجم ابتدایی بود، معرفی می‌شود. این مطالعه از نوع تجربی بود و به‌صورت یک گروهِ پیش‌آزمون- پس‌آزمون طراحی شد. در این مطالعه، ۲۵ نفر به‌طور تصادفیِ خوشه‌ای، از بین دانش‌آموزان پایهٔ پنجم یکی از استان‌های جنوب شرقی ایران، برای شرکت در این پژوهش انتخاب شدند. داده‌ها از طریق برگزاری پیش‌آزمون و پس‌آزمون جمع‌آوری شد و آزمون‌ها براساس محتوای کتاب درسی پایهٔ پنجم ابتدایی و استراتژی‌های مورد استفاده در حل مسئلهٔ ریاضی توسط گروه معلمان پایهٔ پنجم مدرسه انتخاب‌شده، تهیه شد. برای مشخص کردن پایایی ابزار، از ضریب آلفای کرونباخ استفاده شد و برای تعیین روایی ابزار، میانگین نظرِ صاحب‌نظران، ملاک قرار گرفت. در این پژوهش، ۵۲ جلسهٔ آموزش شطرنج به‌عنوان مداخلهٔ آموزشی ارائه شد و در پایان دوره، پس‌آزمون برگزار شد. این مطالعه نشان داد که نقش آموزش شطرنج، بر توسعهٔ توانایی‌های حل مسئلهٔ ریاضی دانش‌آموزان پایهٔ پنجم ابتدایی، مثبت و معنادار است. بدین سبب، پیشنهاد می‌شود که از ظرفیت‌های مختلف برنامهٔ درسی رسمی و مدرسه‌ای ازجمله فعالیت‌های فوق‌برنامه، برای استفاده از شطرنج، به‌عنوان ابزاری برای ارتقای توانایی‌های حل مسئلهٔ ریاضی دانش‌آموزان دورهٔ ابتدایی، بهره‌گیری شود.

کلید واژه‌ها: حل‌مسئلهٔ ریاضی، استراتژی حل‌مسئله و شطرنج، دانش آموزان پایهٔ پنجم ابتدایی، توانایی حل‌مسئله.

▫ تاریخ دریافت مقاله: ۹۲/۷/۳۰ ▫ تاریخ شروع بررسی: ۹۲/۱۰/۲۱ ▫ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۳/۲/۱۶

* مربی دانشگاه شهید باهنر کرمان و دانشجوی دکتری ریاضی با گرایش آموزش ریاضی .... rezvani@uk.ac.ir

** دانشیار دانشگاه شهید باهنر کرمان و استاد راهنما .... fadaee_mr@yahoo.com

*** استاد دانشگاه شهید بهشتی و استاد مشاور .... zahra_gooya@yahoo.com

■ مقدمه

در سه دههٔ گذشته، حل مسئلهٔ ریاضی به‌عنوان یکی از مهم‌ترین هدف‌های آموزش ریاضی مدرسه‌ای، مورد توجه برنامه‌ریزان درسی ریاضی قرارگرفته است (گویا[1]، ۱۹۹۲؛ سیلور[2]، ۱۹۸۷؛ شرودر و لستر[3]، ۱۹۸۹). از این گذشته، استفاده از شطرنج[4] در آموزش عمومی، به‌مثابه یک ورزش فکری که باعث تقویت تفکر می‌شود، سابقه‌ای طولانی دارد و هنوز در بعضی کشورها هم یکی از مهم‌ترین کاربردهای شطرنج، کمک به ارتقای توانمندی‌های کودکان در دورهٔ ابتدایی به‌حساب می‌آید. به‌عنوان نمونه، ایزابلا[5] (۲۰۰۶) توضیح می‌دهد که در برنامهٔ درسی ریاضی در استان نیوبرانزویک[6] در کشور کانادا، یک متن درسی با عنوان «ریاضیات مبارزطلب[7]» هست که در آن، از شطرنج برای آموزش منطق ریاضی به زبان غیررسمی، برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم تا هفتم ابتدایی استفاده می‌شود.

در واقع، یکی از سؤال‌هایی که در مورد کاربرد شطرنج در آموزش عمومی بارها مطرح‌شده، این است که آیا بازی شطرنج، با توجه به ماهیتی که دارد، بر افزایش «توانایی حل مسئلهٔ ریاضی» به معنایی که در ادبیات این حوزه آمده- و بین آن با «تمرین»، به صراحت تمایز ایجاد شده است (شونفیلد[8]، ۱۹۸۵)،- در یادگیرندگان مؤثر است؟ طرح این موضوع در ایران، به‌خصوص از این جهت اهمیت ویژه دارد که در تغییرات جدید برنامهٔ درسی ریاضی پایه‌های مختلف، آموزش «حل مسئله» به‌عنوان فصلی جدا در کتاب‌های درسی ریاضی، مورد تأکید قرار گرفته است (داودی، رستگار، شاهورانی و عالمیان، ۱۳۹۲). علاوه بر این، امکان آموزش شطرنج در قالب «فوق‌برنامه[9]» در «خانه‌های ریاضیات» که بیش از یک دهه از زمان تأسیس آن‌ها در ایران می‌گذرد، ضرورت انجام پژوهش در حوزهٔ حل مسئلهٔ ریاضی و شطرنج را بیش از پیش، برجسته می‌کند. این در حالی است که به گفتهٔ تامپسون[10] (۲۰۰۳)، نظام‌های آموزشیِ کشورهای مختلف، از قابلیت‌های بالقوهٔ شطرنج برای بهبود جریان یاددهی- یادگیری ریاضی به شکل‌های گوناگون استفاده می‌کنند. به این دلیل، انجام پژوهش‌هایی جهت دستیابی به مستندات بیشتری برای چگونگی استفاده از شطرنج در آموزش حل مسئلهٔ ریاضی در سطح بومی، ضروری است.

■ پیشینهٔ پژوهش

ادبیات پژوهشیِ آموزش ریاضی در دهه‌های هشتاد و نود میلادی، تأکید زیادی بر اهمیت و نقش حل مسئلهٔ ریاضی در آموزش مدرسه‌ای داشت که پرداختن به آن‌ها، هدف این مقاله نیست[11]، اما بررسی نقش شطرنج به‌عنوان ابزاری برای ارتقای توانایی‌های حل مسئلهٔ دانش‌آموزان، حوزه‌ای است که به استناد یافته‌های موجود پژوهشی، هنوز در حال شکل‌گیری است و پژوهش‌های اندکی در این زمینه، انجام شده است. تمرکز چند پژوهش انجام‌شده نیز، عمدتاً در رابطه با شناسایی و مقایسهٔ عملکرد شطرنج‌بازان خبره و تازه‌کار است. برای مثال، شونفیلد (۱۹۸۵) مشاهده نمود که افرادی که

در شطرنج استعداد دارند، می‌توانند در ذهنشان، موقعیت کنونی بازی و امکانات بالقوهٔ خود و حریف را، تجزیه‌وتحلیل کنند و این توانایی، آن‌ها را قادر به انجام بررسی بازی به‌صورت ذهنی می‌کند. وی به نقل از دی‌گروت[۱۲] (۱۹۶۶–۱۹۶۵) بیان نمود که افراد خبره[۱۳] در مقایسه با افراد مبتدی[۱۴]یا تازه کار در شطرنج، بهتر می‌توانند وضعیت حرکت‌ها را دوباره‌سازی کنند و وضعیت غیراستاندارد مهره‌ها را تشخیص دهند. سایمون (۱۹۷۹، به نقل از شونفیلد، ۱۹۸۵)، توضیح می‌دهد که یکی از دلایل این امر آن است که خبرگان، می‌توانند تعداد حرکت‌های بیشتری را نسبت به مبتدیان، به خاطر سپرده و سازمان‌دهی کنند، زیرا قادرند هر حرکت را به‌عنوان یک موقعیت کامل دیداری و شنیداری و به‌صورت یک قطعه[۱۵]، در ذهن خود نگاه دارند و در نتیجه، به گنجینه بزرگی از وضعیت‌های مختلف شطرنج در ذهن، دسترسی داشته باشد. شونفیلد در ادامه، بیان می‌کند که یک شطرنج‌باز خبره، تنها برای یک بازی ساده، حدود ۵۰۰۰۰ از این قطعه‌ها را در حافظهٔ خود ذخیره کرده است که بزرگی یک گنجینه با ۵۰۰۰۰ موجودی، به‌اندازهٔ گنجینهٔ لغات یک شخصِ به‌اصطلاح «باسواد» است. در حقیقت، تأکید شونفیلد (۱۹۸۵) بر این است که یک شطرنج‌باز خبره، وقتی یک قطعه روی صفحه شطرنج می‌بیند، برایش فقط به‌عنوان یک واحد منفرد معنا ندارد، بلکه حداقل آن قطعه را با قطعه‌ای که می‌تواند به آن، یک جواب مناسب دهد، پیوند می‌دهد. از این گذشته، چارنس، رینگولد، پمپلان و استامپ[۱۶] (۲۰۰۱) دریافتند که شطرنج‌بازان خبره در مقایسه با شطرنج‌بازان تازه‌کار، امکان‌های بیشتری را برای انتخاب هر حرکت بررسی نموده و بسته به نوع اطلاعاتِ کدگذاری‌شده و میزان و تشخیص زمان استفاده از آن‌ها، سریع‌تر و دقیق‌تر، این کار را می‌کنند.

علاوه بر مقایسه شطرنج‌بازان خبره و تازه‌کار، بررسی رابطهٔ بین شطرنج و حل مسئلهٔ ریاضی نیز در پژوهش‌های مختلف مورد مطالعه قرارگرفته است. به‌طور مثال، فریرا و پالارس[۱۷] (۲۰۰۸) معتقدند که بین توانایی در بازی شطرنج و حل مسئله، رابطه وجود دارد و آموزش شطرنج، دانش‌آموزان را در تشخیص الگوها[۱۸]، کمک می‌کند. پژوهش آن‌ها روشن نموده که دانش‌آموزانی که شطرنج‌بازی می‌کنند، نسبت به آن‌هایی که شطرنج‌بازی نمی‌کنند، در تشخیص الگوهای عددی، عملکرد بهتری دارند. این در حالی است که مطالعهٔ آن‌ها نشان داده است که در رابطه با الگوهای هندسی، تفاوت معناداری بین این دو گروه، وجود ندارد.

همچنین، یکی از تأثیرات مهم آموزش شطرنج، توسعهٔ توانایی‌های فراشناختی[۱۹] و افزایش قدرت حل مسئلهٔ ریاضی دانش‌آموزان در سطوح مختلف تحصیلی است. کاظمی، یکتایار و محمدی (۲۰۱۲) در پژوهش خود، جهت ارزیابی تأثیر یادگیری بازی شطرنج بر توسعهٔ توانایی‌های فراشناختی و قابلیت‌های حل مسئلهٔ ریاضی دانش‌آموزان دوره‌های مختلف تحصیلی، دریافتند که دانش‌آموزانی که در پژوهش آنان مورد آموزش شطرنج قرار گرفتند، نسبت به کسانی که چنین آموزشی ندیدند، توانایی‌های فراشناختی بیشتری از خود نشان دادند و قابلیت‌های حل مسئلهٔ ریاضی آن‌ها نیز افزایش یافت. همچنین، آن‌ها در

پژوهش خود به این نتیجه رسیدند که می‌توان از شطرنج، به‌عنوان یک ابزار آموزشی مؤثر برای توسعهٔ «مهارت‌های مرتبه بالاتر تفکر[۲۰]» ریاضی یا «مهارت‌های فراشناختی»، استفاده کرد.

گذشته از این‌ها، فرگوسن (۱۹۹۵، به نقل از داورنی[۲۱]، ۲۰۰۰) معتقد است که علاوه بر نقش شطرنج در ارتقای توانایی‌های حل مسئله، یادگیری شطرنج باعث ارتقای ضریب هوشی، تقویت حافظه و افزایش خلاقیت نیز می‌شود و بالاخره، تمرینی برای تصمیم‌گیری‌های دقیق و سریع است، زیرا یادگیرنده را به چالش مدام، برای فکر کردن و انتخاب بهترین گزینه از بین انتخاب‌های متعدد وامی‌دارد.

افزون بر یافته‌های پژوهشیِ اخیر در رابطه با شطرنج و حل مسئله، به دلیل قابلیت‌های بالقوه و بالفعلی که شطرنج دارد، به‌مثابه یک بازی فکری که می‌تواند توانایی‌های بسیاری را در زمینه‌های گوناگون در بازیکنان خود ایجاد کند، مورد توجه واقع شده است. برای مثال، فرانک[۲۲] (۱۹۷۳) در یک مدرسه، ۹۰ دانش‌آموز را به‌عنوان گروه آزمایش و ۹۰ دانش‌آموز را به‌عنوان گروه گواه در نظر گرفت که هر گروه، شامل سه کلاس ۳۰ نفری از دانش‌آموزان پایهٔ چهارم متوسطه بود. در برنامهٔ هفتگی این مدرسه، هفت ساعت به درس ریاضی اختصاص یافته بود که در پژوهش وی، برای گروه آزمایش، این زمان دست‌کاری شد و تبدیل به پنج ساعت ریاضی و دو ساعت شطرنج شد. درحالی‌که برنامهٔ هفتگی گروه گواه، همان هفت ساعت ریاضی باقی ماند. پژوهش فرانک (۱۹۷۳) نشان داد که دانش‌آموزان گروه آزمایش که تحت آموزش شطرنج، به‌عنوان بخشی از برنامهٔ درسی ریاضی خود، قرارگرفته بودند، در آزمون استعداد ریاضی، به عملکردِ تحصیلی بالاتری نسبت به گروه گواه دست یافتند و در امتحانات دو سال بعد، علاوه بر درس ریاضی، در درس زبان فرانسه نیز، نمرات بالاتری کسب نمودند.

از این گذشته، لیپ تراپ[۲۳] (۱۹۹۸) پژوهشی طراحی کرد که هدف آن، بررسی تأثیر یادگیری شطرنج بر نمرات آزمون‌های استاندارد شدهٔ بیرونی بود. شرکت‌کنندگانِ این پژوهش، دانش‌آموزان پایه‌های سوم تا پنجم چهار مدرسه ابتدایی واقع در شهر هوستون در ایالت تگزاس بودند که در باشگاه شطرنج مدرسه‌های خود، آموزش دیده بودند. پژوهش وی نشان داد که دانش‌آموزانی که آموزش شطرنج دیده بودند، عملکردشان در «ارزیابی مهارت‌های آموزشی تگزاس[۲۴]» که مربوط به خواندن و ریاضی است، افزایش دو برابری نسبت به سایر دانش‌آموزان داشت.

همچنین، میزر (۲۰۰۵، به نقل از کاظمی و همکاران، ۲۰۱۲) بیان می‌کنند که شطرنج، باعث افزایش تمرکز، تجسم، تفکر قبل از انجام کار، ارزیابی امکانات، تجزیه‌وتحلیل دقیق شرایط، تأمل بر کلیات، تشخیص الگوها، طرح‌ریزی نقشه و در نظر گرفتن هم‌زمان چندین راه‌حل می‌گردد. به این جهت، هوش را افزایش داده و عملکرد آموزشی را ارتقا می‌دهد، پس می‌تواند در طراحی‌های برنامهٔ درسی مدرسه‌ای در نظر گرفته شود و به‌طور ضمنی[۲۵]، با برنامه‌های درسی موضوعات دیگر

به‌خصوص ریاضی، تلفیق[۲۶] شود. بالاخره، برندا[۲۷] (۲۰۰۹) گزارش می‌دهد در دبیرستانی در کالیفرنیا، معلمان دریافتند که بعد از ۲۰ روز آموزش شطرنج، عملکرد ریاضیِ ۵۵ درصد از دانش‌آموزان، به‌طور قابل‌توجهی افزایش یافت. به اعتقاد وی، این یافته حاکی از این است که جنبهٔ آموزشی شطرنج به‌عنوان قسمتی از برنامه هفتگی ریاضی، مهم‌تر از جنبهٔ سرگرمی آن است.

در مجموع، اگر چه یافته‌های پژوهشی در زمینهٔ شطرنج و حل مسئلهٔ ریاضی محدود است، اما همگی مؤید استفاده از شطرنج در برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه‌ای- چه به‌صورت صریح چه ضمنی و تلفیقی- برای ارتقای توانایی‌های حل مسئلهٔ دانش‌آموزان‌اند. توانایی‌هایی که «شورای ملی معلمان ریاضی[۲۸]» (NCTM) در «اصول و استانداردهای برنامهٔ درسی ریاضیات مدرسه‌ای» (۲۰۰۰) اعلام نموده که برای آماده کردن دانش‌آموزان جهت ادامه تحصیل و حل مسئله در تمام ابعاد زندگیِ شخصی، تحصیلی و آیندهٔ شغلی، ضروری است.

معرفی پژوهش

جورج پولیا در سال ۱۹۴۵ در کتاب «چگونه حل کنیم[۲۹]»، یک مدل چهار مرحله‌ای برای حل مسئلهٔ ریاضی شامل فهمیدن مسئله[۳۰]، طرح نقشه[۳۱]، اجرای نقشه[۳۲] و دوباره‌نگری[۳۳] ارائه نمود که پس از گذشت چند دهه، همچنان اصلی‌ترین مدل عرضه‌شده برای حل مسئلهٔ ریاضی، و الهام‌بخش پژوهش‌ها و فعالیت‌های متنوع در این حوزه است. در این کتاب، پولیا به گفته خود، دایرةالمعارفی از رهیافت‌های[۳۴] حل مسئلهٔ ریاضی معرفی کرده است که از نظر وی، بسیاری از آن‌ها «قواعد سرانگشتی[۳۵]» هستند که با آموزش، قابل یادگیری‌اند. در ادامهٔ کارهای پولیا، شونفیلد (۱۹۸۵) به‌عنوان یکی از برجسته‌ترین محققان حل مسئلهٔ ریاضی، در بخشی از کتاب معروف خود با عنوان «حل مسئلهٔ ریاضی[۳۶]» که یکی از مراجع اصلی این حوزه است، به شطرنج به‌مثابه حل مسئله نگریسته است و از آن، برای فهمیدن و آموزش حل مسئلهٔ ریاضی، استفاده کرده است. به اعتقاد وی، در بازی شطرنج در هر وضعیت، با یک مسئله مواجه هستیم که مراحل حل آن، شباهت زیادی با مراحل چهارگانهٔ مدل حل مسئله پولیا دارد و بسیاری از راهبردها یا استراتژی‌هایی که در حل مسئلهٔ ریاضی مفیدند، در شطرنج هم به همان شکل به کار می‌روند.

با توجه به پیشینهٔ پژوهش در حوزهٔ حل مسئله و شطرنج، پژوهشی طراحی شد که هدف اصلی آن، بررسی تأثیر شطرنج به‌عنوان ابزاری برای ارتقای توانایی‌های حل مسئلهٔ ریاضیِ دانش‌آموزان پایهٔ پنجم ابتدایی در ایران بود.

- **روش پژوهش:** این پژوهش، از نوع تجربی[۳۷] است و با طرح یک‌گروهیِ پیش‌آزمون-پس‌آزمون[۳۸] (گال، بورگ و گال، ۱۹۹۶) طراحی شد تا به این سؤال پاسخ دهد که «نقش آموزش شطرنج در توسعهٔ توانایی‌های حل مسئلهٔ ریاضی دانش‌آموزان پایهٔ پنجم ابتدایی چیست؟»

- **جامعه و نمونه:** جامعهٔ این پژوهش، دانش‌آموزان پایهٔ پنجم ابتدایی یکی از شهرهای استان‌های جنوب شرقی ایران و نمونهٔ آماری، شامل ۲۵ نفر از دانش‌آموزان پسر[39] پایهٔ پنجم ابتدایی از یک مدرسه واقع در یکی از دو ناحیهٔ آموزشی این شهر بود. همچنین، به دلیل اینکه این پژوهش از نوع آزمایشی بود و کنترل شرایط آزمایش برای همهٔ آزمودنی‌ها دشوار بود، بنا به توصیهٔ گال و همکاران (۱۹۹۶)، انتخاب نمونه به روش تصادفیِ خوشه‌ایِ دومرحله‌ای[40] انجام شد. برای این کار، ابتدا از دو ناحیه آموزشی این شهر، یک ناحیه (خوشهٔ اول)، به‌طور تصادفی انتخاب شد. سپس از بین مدارس پسرانه[41] آن ناحیه، یک مدرسه (خوشهٔ دوم)، به‌طور تصادفی انتخاب گردید. آنگاه، از ۶۶ نفر از دانش‌آموزان پایهٔ پنجم آن مدرسه که در سه کلاس قرار داشتند، ۳۰ نفر به‌طور تصادفی ساده انتخاب شدند و با توجه به اینکه سن دانش‌آموزانِ انتخاب شده کمتر از ۱۸ سال بود، به آن‌ها اعلام شد که به‌شرط تکمیل برگهٔ «رضایت‌نامه» (پیوست الف) توسط والدین خود، می‌توانند در کلاس‌های «فوق‌برنامهٔ آموزش شطرنج» در مدرسه، شرکت کنند. در نهایت، ۲۵ نفر از این دانش‌آموزان که والدینشان برگه‌های رضایت‌نامه را تکمیل کرده بودند، در این پژوهش شرکت کردند.

- **ابزار جمع‌آوری داده‌ها:** داده‌های این پژوهش، از طریق یک پیش‌آزمون و یک پس‌آزمون هرکدام شامل ۲۰ مسئلهٔ کلامی با جواب‌های چندمرحله‌ای جمع‌آوری شدند (پیوست ب). آزمون‌ها براساس شباهت‌های موجود بین استراتژی‌های شطرنج و حل مسئلهٔ ریاضی، توسط معلمان پایهٔ پنجم مدرسه انتخاب شده و براساس هدف‌های آموزشی و محتوای کتاب درسی ریاضی پایهٔ پنجم طراحی شدند. در این آزمون‌ها، علاوه بر استراتژی «حل مسئلهٔ ساده‌تر» و « استراتژی رسم شکل»، از سه استراتژی «حل زیرمسئله‌ها (مسئله‌های درون مسئله)»، «الگویابی» و «حدس و آزمایش» مطرح شده در کتاب درسی ریاضی پایهٔ پنجم استفاده شد که نظیر سه استراتژی شطرنج‌اند که در مداخلهٔ آموزشی بر آن‌ها تمرکز شد. در تمام مراحل اجرای آزمون‌ها، نویسندهٔ اول مقاله، حاضر بود و بر اجرای آزمون‌ها نظارت داشت.

- **پایایی و روایی ابزار:** برای تعیین پایایی آزمون‌ها یعنی اندازه‌گیری میزان پایداری داخلی اجزا، از ضریب آلفای کرونباخ استفاده شد. میزان ضریب آلفای کرونباخ برای پیش‌آزمون ۰/۸۲۱ و برای پس‌آزمون ۰/۸۱۸ بود. همچنین، برای تعیین میزان روایی آزمون‌ها، دو پرسش‌نامه در مقیاس لیکرت با طیف «کاملاً نامناسب» تا «کاملاً مناسب» برای هر یک از سؤال‌های دو آزمون طراحی شد و سپس، از پنج نفر از معلمان پایهٔ پنجم مدرسهٔ انتخاب شده دعوت شد تا روایی ابزارها را تعیین کنند. براساس پاسخ‌های آن‌ها، میزان روایی پیش‌آزمون ۰/۹۱۵ و پس‌آزمون ۰/۹۲۷۵ تعیین شد که در جدول (۱) و جدول (۲) آمده است.

جدول ۱ میزان روایی پیش‌آزمون

متغیر زمانی	X	F	P(X)	XP(X)
کاملاً نامناسب	۰	۰	۰	۰
نامناسب	۰/۲۵	۴	۰/۰۴	۰/۰۱
تا حدی نامناسب	۰/۵	۶	۰/۰۶	۰/۰۳
نامناسب	۰/۷۵	۱۰	۰/۱	۰/۰۷۵
کاملاً مناسب	۱	۸۰	۰/۸	۰/۸
جمع	ـ	۱۰۰	۱	۰/۹۱۵

جدول ۲ میزان روایی پس‌آزمون

متغیر زمانی	X	F	P(X)	XP(X)
کاملاً نامناسب	۰	۰	۰	۰
نامناسب	۰/۲۵	۱	۰/۰۱	۰/۰۰۲۵
تا حدی نامناسب	۰/۵	۵	۰/۰۵	۰/۰۲۵
نامناسب	۰/۷۵	۱۶	۰/۱۶	۰/۱۲
کاملاً مناسب	۱	۷۸	۰/۷۸	۰/۷۸
جمع	ـ	۱۰۰	۱	۰/۹۲۷۵

پس از برگزاری هر آزمون، با همکاری همان پنج معلم، مرحله تصحیح و نمره‌گذاری ورقه‌های امتحانی انجام شد. به توصیهٔ شریفی (۱۳۸۷)، پیش از تصحیح ورقه‌ها، ابتدا فهرست کاملی از پاسخ‌ها تهیه شد و بعد در تمام ورقه‌ها، ابتدا سؤال اول، سپس سؤال دوم و به همین ترتیب تا سؤال آخر، تصحیح شدند.

- **متغیرهای پژوهش:** متغیرهای این پژوهش عبارت بود از **قدرت حل مسئلهٔ ریاضی**؛ به معنای میزان مهارت فرد در حل مسئلهٔ ریاضی (لاترل[۴۲]، ۲۰۱۱) و **قدرت بازی شطرنج- اِلو**[۴۳]؛ به معنای مهارت نسبی بازیکنان در انجام بازی شطرنج (فریرا، ۲۰۱۲).
- **اجرای پژوهش:** ابتدا قدرت حل مسئلهٔ دانش‌آموزان توسط یک پیش‌آزمون مشخص شد و پس از پایان دورهٔ آموزش شطرنج، یک پس‌آزمون برگزار گردید. قدرت دانش‌آموزان در بازی شطرنج، از طریق میزان اِلوی دانش‌آموزان به‌عنوان بازیکنان شطرنج، توسط برنامهٔ «فریتز[۴۴]» اندازه‌گیری شد. به گفته کلارک و دایت[۴۵] (۲۰۰۰، نقل‌شده در فریرا و پالارس، ۲۰۰۸)، رابطهٔ مستقیمی بین میزان اِلو و

شانس پیروزی در بازی شطرنج وجود دارد، به این صورت که شانس پیروزیِ بازیکنی که میزان اِلوی او ۱۰۰ واحد بیشتر از اِلوی حریف خود است، ۶۴ درصد بیشتر است.

ابتدا هر دانش‌آموز ۹ بازی با برنامه فریتز انجام داد و براساس نتایج کسب شده- هر «برد» یک امتیاز، «مساوی» نیم امتیاز و «باخت صفر» امتیاز- اِلوی اولیه وی تعیین شد. برنامهٔ فریتز به گونه‌ای طراحی شده است که به‌صورت خودکار، می‌تواند درجهٔ قدرت خود را پس از چند بازی، متناسب با حریف خویش، تغییر دهد. روند انجام این کار بدین گونه است که نخست، درجهٔ قدرت شطرنجی برنامهٔ فریتز روی ریتینگ پایهٔ (۱۲۰۰) تنظیم شده و بازی انجام می‌شود. سپس با توجه به نتیجهٔ بازی اول، قدرت برنامه به‌طور خودکار «کم» (در صورت باختِ بازیکن در بازی اول) یا «زیاد» (در صورت بُردِ بازیکن در بازی اول) شده و این روند، آن‌قدر تکرار می‌شود تا در نهایت پس از ۹ بازی، «درجه شطرنجی بازیکن» تعیین می‌شود. هر چه تعداد بازی‌های انجام‌شده بیشتر باشد، دقت محاسبه بالاتر می‌رود. پس از پایان دورهٔ آموزش شطرنج، مجدداً قدرت شطرنجی یعنی میزان اِلوی نهایی دانش‌آموزانِ شرکت‌کننده در پژوهش به همین ترتیب، محاسبه شد.

- **ویژگی مداخله[۴۶] (آموزش شطرنج):** پس از برگزاری پیش‌آزمون، ۵۲ جلسه آموزش شطرنج به مدت ۲۶ هفته، طبق طرح درس استاندارد فدراسیون شطرنج، توسط مدرسان[۴۷] مورد تأیید فدراسیون شطرنج ایران و با نظارت نویسندهٔ اول، برگزار شد. این طرحِ درس‌ها، برگرفته از طرحِ درس کمیته مربیان فدراسیون جهانی شطرنج است که حاصل پژوهشِ‌های میدانی استادان بزرگ شطرنج در سراسر جهان است.

علاوه بر آموزش استاندارد شطرنج، مثال‌ها و مسائل متنوعی نیز متناسب با سه استراتژی/ راهبرد حل مسئلهٔ متناسب با کتاب درسیِ ریاضی پایهٔ پنجم ابتدایی و سه استراتژیِ معادل این سه در شطرنج، انتخاب شدند. این سه استراتژی عبارت بودند از «حل زیرمسئله‌ها»، «الگویابی» و «حدس و آزمایش» که برای هرکدام به‌اختصار، توضیحی همراه با یک نمونه، ارائه می‌شود.

الف. استراتژی «حل زیرمسئله‌ها»

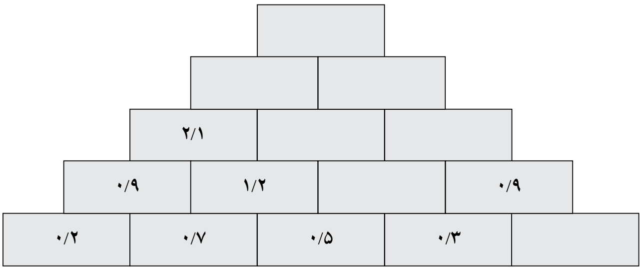
بسیاری از مسئله‌های پیچیده را می‌توان به مسئله‌های ساده و مرحله‌ای تبدیل کرد تا با حل آن‌ها، مسئلهٔ اصلی راحت‌تر حل شود. در واقع، استراتژی «حل زیرمسئله‌ها» کمک می‌کند تا ابتدا، «مسئله‌های درون مسئله» شناسایی و حل شوند و بعد، جواب نهایی مسئله پیدا شود. مثلاً برای حل یک مسئلهٔ پیچیده، گاهی تنها تشخیص زیرمسئله‌ها، کافی است. مثال زیر، کاربرد این استراتژی را نشان می‌دهد:

احمد ۲۰۰۰۰ تومان پول دارد و می‌خواهد با آن، ۸ دفتر بخرد. قیمت هر دفتر ۱۳۵۰ تومان است. او با باقی‌مانده پولش، چند مداد ۳۰۰ تومانی می‌تواند بخرد؟ آیا از پولش، چیزی باقی می‌ماند؟ مقدار باقی‌مانده چقدر است؟

• **زیرمسئله‌ها:** محاسبه قیمت ۸ دفترچه؛ تعیین مقدار پول باقی‌مانده بعد از خرید دفترچه‌ها؛ مشخص کردن تعداد مدادهای ۳۰۰ تومانی که احمد با پول باقی‌مانده‌اش می‌تواند بخرد؛ محاسبه پول باقی‌مانده.

ب. استراتژی «الگویابی»

در بعضی مسئله‌ها، بین عددها یا شکل‌ها، رابطه‌هایی وجود دارد که کشف آن‌ها، به حل مسئله کمک می‌کند و استراتژی الگویابی، در خدمت کشف این رابطه‌هاست. الگوهای عددی، الگوهای هندسی یا ترکیبی از این دو، به فراوانی در مسئله‌های ریاضی مدرسه‌ای دیده می‌شوند. در نتیجه، استفاده از استراتژی الگویابی برای حل این نوع مسئله‌ها مفید است. مثلاً برای پُرکردن جاهای خالی در مسئله زیر، لازم است معلوم شود که عددها با چه الگویی قرار گرفته‌اند.



شکل ۱ کشف رابطهٔ بین اعداد بالا

پ. استراتژی «حدس و آزمایش»

بعضی از مسئله‌ها راه‌حل معمولی[48] و مشخص ندارند، یا رسیدن به پاسخ از روش‌های معمولی، طولانی و دشوار است. گاهی برای حل این مسئله‌ها، می‌توان با استفاده از حدس‌ها و آزمایش کردن آن‌ها به‌طور منطقی و منظم، پاسخ مسئله را پیدا کرد. پولیا (۱۹۴۵)، این نوع «حدس و آزمایش[49]» را از «آزمون‌وخطا[50]» متمایز می‌کند و توضیح می‌دهد که «حدس بخردانه[51]»، مبتنی بر دانش و بینش فرد و تجربه‌های مدون‌شده مسئله‌حل‌کن‌های خبره است و «نظام‌وار[52]» است. در حالی که «آزمون وخطا»، مانند پرتاب تیر به صفحه «دارت» است که دانش ویژه‌ای لازم ندارد و حداکثر، مبتنی بر تجربه حسیِ فردِ پرتاب‌کننده است. مثلاً پولیا، از مثال «در یک مزرعه، ۵۰ مرغ و گوسفند وجود دارند. تعداد پاهای آن‌ها روی هم ۱۴۰ عدد است. در این مزرعه، چند مرغ و چند گوسفند وجود دارد؟» بارها در ظرفیت‌های مختلف، برای «آموزش حدس زدن[53]»، استفاده کرده است.

• **حدس و آزمایش:** جدول (۳)، نمونه‌ای از حدس زدن، آزمایش کردن و نتیجه‌گیریِ منطقی برای حدس‌های مرحله بعد را برای این مسئله، نشان می‌دهد.

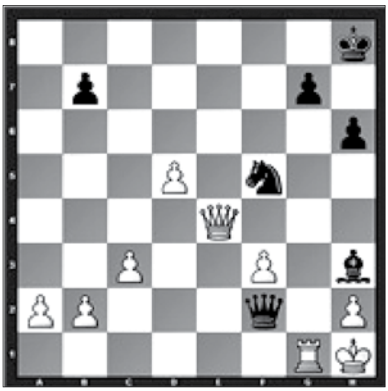
جدول ۳ نمونه‌ای از حدس‌زدن، آزمایش کردن و نتیجه‌گیری منطقی برای حدس‌های مرحلهٔ بعد

	تعداد مرغ‌ها	تعداد گوسفندها	آزمایش‌کردن	نتیجه‌گیری
حدس اول	۲۵	۲۵	۲۵×۲+۲۵×۴=۱۵۰	باید تعداد گوسفندها کم شود
حدس دوم	۲۶	۲۴	۲۶×۲+۲۴×۴=۱۴۸	باید تعداد گوسفندها کم شود
حدس سوم	۲۷	۲۳	۲۷×۲+۲۳×۴=۱۴۶	باید تعداد گوسفندها کم شود
حدس چهارم	۲۸	۲۲	۲۸×۲+۲۲×۴=۱۴۴	باید تعداد گوسفندها کم شود
حدس پنجم	۲۹	۲۱	۲۹×۲+۲۱×۴=۱۴۲	باید تعداد گوسفندها کم شود
حدس ششم	۳۰	۲۰	۳۰×۲+۲۰×۴=۱۴۰	با کم شدن تعداد گوسفندها و زیاد شدن تعداد مرغ‌ها پاسخ مسئله به‌دست می‌آید

نمونه‌هایی از کاربرد راهبردهای «حل زیر مسئله‌ها» و «الگویابی» در شطرنج

در شطرنج نیز از این سه استراتژی یا راهبرد، به شکلی مشابه استفاده می‌شود. نمونه‌های زیر، این شباهت را نشان می‌دهد.

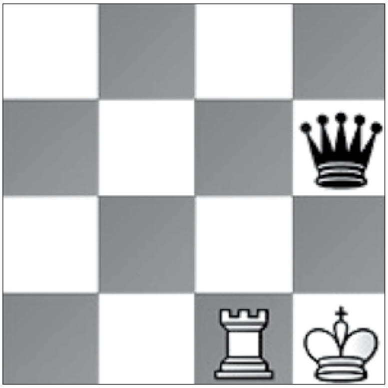
در دیاگرام ۱، بازیکن با وضعیتی روبه‌روست که توصیه می‌شود برای یافتن حرکت مناسب در آن، از استراتژی‌های «حل زیرمسئله‌ها» و «الگویابی» استفاده کند. دیاگرام ۱، حاوی مسئلهٔ اصلی (مادر) است که در آن، «سیاه» بازی را شروع و در چهار حرکت، حریف را مات می‌کند. این دیاگرام به‌عنوان سؤال اصلی مطرح و به دانش‌آموزان ۵ دقیقه[۵۴] فرصت داده شد که روی آن فکر کنند. در این دیاگرام، الگوی ارائه شده به دانش‌آموزان این بود که «شاهِ گرفتارشده (شاه سفید) به وسیله رخِ خودی (رخ سفید)، توسط وزیرِ سیاه، مات می‌شود». دانش‌آموزان با یادگرفتن این الگو، قادر شدند شاهِ حریف (سفید) را مات کنند.



دیاگرام ۱

الگوی A، الگوی مستتر در مسئله اصلی است:

در الگـــوی A، هدف مات‌کردنِ شـاهِ حریف اســت. پــس این وضعیت[55] (پوزیســیون)، به‌عنوان پوزیسیون اولیه در نظر گرفته شد و بعد، با طرح حالت‌های دشوارتر، به سمت پوزیسیون مادر حرکت انجام گرفت. یعنی ابتدا پوزیسیون اولیه (الگوی A) آموزش داده شد و دانش‌آموزان با انجام هر حرکتِ صحیح، یک گام به پوزیسیون اصلی (مادر)، نزدیک‌تر شدند.



الگوی A

- **زیرمســـئلهٔ ۱:** دیاگرام ۲ توســط مربی، روی بورد آموزشـــی چیده شد که سیاه شروع و در یک حرکت مات می‌کند. دیاگرام ۲ زیرمسئلهٔ دیاگرام ۱ و ساده‌ترین زیرمسئلهٔ مرتبط با آن است.

دیاگرام ۲: زیرمسئله ۱

ســـپس دانش‌آموزان با قدرت تجســـم خود (میرز[56]، ۲۰۰۵)، ســـعی در تطبیق دادن پوزیسیون‌های پیچیده‌تر با پوزیسیون اولیه (الگوی A) کردند و بدین ترتیب، قادر به غلبه بر حریف شدند. پاسخ این زیرمسئله، به شرح زیر است:

وزیر سیاه، به خانهٔ H۳ می‌رود و سفید مات می‌شود.

● **زیرمسئلهٔ ۲:** در این مرحله، دیاگرام شماره ۳ ارائه شد که سیاه شروع، و در دو حرکت مات می‌کند.

دیاگرام ۳: زیرمسئله۲

این دیاگرام، زیرمسئلهٔ دیگری از مسئلهٔ اصلی است که فقط، کمی مشکل‌تر از زیرمسئلهٔ۱ (دیاگرام۲) است. دانش‌آموزان با استفاده از تجربه دیاگرام ۲ و الگویابی، موفق به حل آن شدند. پاسخ این دیاگرام، چنین است:

- اسب سیاه به خانهٔ G۳ رفته و کیش می‌دهد.
- تنها حرکت قابل‌انجام برای سفید، زدن اسب با پیاده H۲ است (پیاده سفید از H۲ به G۳ می‌رود).
- وزیر سیاه به خانه H۳ می‌رود و سفید مات می‌شود.

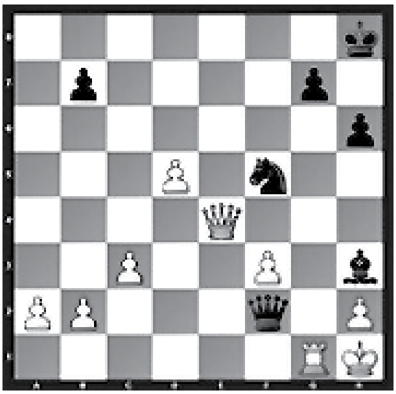
● **زیرمسئلهٔ ۳:** در پایان، دیاگرام ۴ که آخرین زیرمسئله قبل از حل مسئله اصلی است و در آن، سیاه شروع و در سه حرکت مات می‌کند، توسط مربی، روی بورد آموزشی ارائه گردید. دانش‌آموزان، با توجه به تجارب کسب‌شده در مراحل قبلی و الگویابی، به آن پاسخ دادند.

دیاگرام ۴: زیرمسئله۳

پاسخ دیاگرام ۴، به شرح زیر است:

- وزیر سیاه به خانهٔ F۱ رفته و کیش می‌دهد.
- تنها حرکت سفید برای برطرف کردن کیش، آوردن رخِ خود به خانهٔ G۱ است.
- اسب سیاه به خانهٔ G۳ رفته و کیش می‌دهد.
- تنها حرکت قابل‌انجام برای سفید، زدن اسب با پیادهٔH۲ است (پیاده سفید از H۲ به G۳ می‌رود).
- وزیر سیاه به خانهٔ H۳ می‌رود و سفید مات می‌شود.

بعد از حل این سه زیرمسئله، به مسئلهٔ اصلی بازگشتیم و دانش‌آموزان پس از طی مراحل قبلی، در مدت کوتاهی موفق به حل آن شدند، بدین‌گونه که بازی با سیاه شروع شد و در چهار حرکت، حریف را مات کرد. با این زیرمسئله‌ها، شرایط برای حل مسئله اصلی- دیاگرام ۱- آماده شد.



دیاگرام ۱

حل:

- فیل سیاه به خانه G۲ رفته و کیش می‌دهد.
- سفید به اجبار، با رخ خود فیل را می‌گیرد (رخ از G۱ به G۲ می‌رود).
- وزیر سیاه به خانه F۱ رفته و کیش می‌دهد.
- تنها حرکت سفید برای برطرف کردن کیش، آوردن رخِ خود به خانه G۱ است.
- اسب سیاه به خانهٔ G۳ رفته و کیش می‌دهد.
- تنها حرکت قابل‌انجام برای سفید، زدن اسب با پیادهٔ H۲ است (پیاده سفید از H۲ به G۳ می‌رود).
- وزیر سیاه به خانهٔ H۳ می‌رود و سفید مات می‌شود.

استراتژی «حدس و آزمایش»

در دیاگرام B (مایزلیس، ۱۳۷۶/۱۹۹۷)، اسب سفید در خانهٔ A۶ گرفتار شده است. آیا سفید می‌تواند اسب خود را از مهلکه نجات دهد؟

دیاگرام B

حل: با استفاده از استراتژی حدس و آزمایش، می‌توان پاسخ مسئله را به‌دست آورد.

- اگر سفید بخواهد با بردن وزیر به خانهٔ B۵، از اسب دفاع کند، سیاه با راندن پیادهٔ C۷ به خانهٔ C۶ و در نتیجه عقب‌نشینی وزیر سفید به خانهٔ E۲ یا D۳ و حرکت سیاه مبنی بر راندن پیادهٔ B۶ به B۵، اسب سفید را می‌گیرد.
- در ابتدا، دفاع از اسب مورد بررسی قرار می‌گیرد. محاسبات مایزلیس (۱۳۷۶/۱۹۹۷) نشان می‌دهد که دفاع از اسب بی‌فایده است، زیرا تمام خانه‌های حرکتِ اسب، تحت کنترل مهره‌های حریف (سیاه) است، پس در مرحلهٔ بعد، باید حدس «قربانی دادن اسب» را مورد آزمایش قرار داد. با این حدس، حالت‌های مختلف حرکتِ اسب آزمایش می‌شود.
- با حرکت اسب سفید به خانهٔ B۴، پیاده‌ای که اسب را می‌زند، خانهٔ A۳ را کنترل می‌کند و رخ سفید نمی‌تواند از ستون A، برای مات کردن حریف استفاده کند. پس این حرکت، نادرست است.
- حرکت اسب سفید به خانهٔ C۷ (زدن پیاده) نیز به‌دلیل اینکه سیاه، اسب را با رخ پس گرفته و ستون C به نفع سیاه باز می‌شود، حرکت مناسبی نیست.
- در آزمایش حرکت اسب به خانهٔ C۵، معلوم می‌شود که سیاه نمی‌تواند با پیادهٔ D آن را بگیرد، زیرا رخِ خود را در خانهٔ D۷ از دست می‌دهد. همچنین، نمی‌تواند با پیادهٔ B آن را بگیرد، زیرا پیادهٔ مدافع پیادهٔ A۵ برداشته شده و با حرکت رخِ سفید به خانهٔ A۳، سیاه در سه حرکت مات می‌شود. در نتیجه، سیاه نمی‌تواند اسب را نزند، زیرا یا در خانهٔ B۷ به وسیلهٔ وزیر سفید مات

می‌شود یا این که در صورت دفاع خانهٔ B۷ به وسیله آوردن رخِ خود به B۸، اسب سفید رخ D۷ را می‌گیرد و سفید در ادامه، به پیروزی می‌رسد.

بالاخره، با استفاده از استراتژی «حدس و آزمایش»، نتیجه می‌شود که حرکت اسب سفید به خانهٔ C۵، او را از مهلکه نجات می‌دهد.

- **تجزیه‌وتحلیل داده‌ها:** برای بررسی به هنجاری - تعیین نرمال بودن- داده‌ها، از آزمون کلموگروف- اسمیرنوف استفاده گردید (کنوور[57]، ۱۹۸۰/۱۳۹۰). سطح معناداری آزمون کلموگروف- اسمیرنوف مشخص کرد که نمرات ریاضی دارای توزیع نرمال و نمرات اِلو غیرنرمال بودند.

جدول ۴ آزمون کلموگروف- اسمیرنوف برای تعیین نرمال بودن نمرات ریاضی و الوی دانش‌آموزان

	آماره آزمون کلموگروف- اسمیرنوف	درجه آزادی	معنی‌داری
اِلو	۰/۱۳۹	۵۰	۰/۰۱۷
نمرات ریاضی	۰/۱۰۰	۵۰	۰/۲۰۰

با توجه به نرمال بودن نمرات ریاضی، از آزمون t و با توجه به غیرنرمال بودن نمرات الو، از آزمون ویلکاکسون برای مقایسهٔ آماری آن‌ها استفاده شد. سپس با عنایت به اینکه یکی از محدودیت‌های آزمون t این است که میزان روابط بین متغیرها را نشان نمی‌دهد، نخست داده‌ها تحلیل شدند و با توجه به اینکه تفاوت‌های مشاهده شده از لحاظ آماری معنادار بودند، با استفاده از آزمون اسپیرمن، همبستگی بین نمرات ریاضی و نمرات اِلوی دانش‌آموزان و میزان آن‌ها، مشخص شد (گال، بورگ و گال، ۱۹۹۶.)

- **محدودیت‌های پژوهش:** این پژوهش، به یک برنامهٔ آموزشی شامل سه استراتژی شطرنج محدود بود و شرکت‌کنندگان در آن، دانش‌آموزان پسر دورهٔ ابتدایی بودند. همچنین، آموزشِ طراحی‌شده اگرچه همسو با برنامهٔ درسی دانش‌آموزان بود، اما ارتباط مستقیمی با آن نداشت. زمان اجرای جلسه‌های آموزشی نیز در ساعت‌های بعد از زمان رسمی مدرسه، و به‌عنوان یک فعالیت فوق‌برنامه بود و نتایج آموزش، بر رتبه‌بندی و نمرهٔ موفقیت تحصیلی دانش‌آموزان، تأثیری نداشت.

نتایج

طبق آزمون‌های آماری، مشخص شد که عملکرد دانش‌آموزان در آزمون‌های نهایی حل مسئلهٔ ریاضی و الو، نسبت به پیش‌آزمون، رشد داشته است. مقایسه آماری نمرات پیش‌آزمون و پس‌آزمون ریاضی، در جدول (۵) نشان داده شده است.

جدول ۵ نتایج آزمون t برای مقایسه نمرات پیش‌آزمون و پس‌آزمون ریاضی

	تعداد	میانگین	انحراف استاندارد	آماره T	درجه آزادی	سطح معناداری
نمرات ریاضی پیش‌آزمون	۲۵	۱۰/۳۰۰۰	۳/۵۸۰۱۸	-۴/۲۸۹	۲۴	۰/۰۰۰۱

به‌دلیل نرمال بودن نمرات ریاضی، از آزمون پارامتری t برای مقایسه میانگین نمرات دو آزمون که دو متغیر وابسته محسوب می‌شوند، استفاده شد و مشخص گردید که نمرات پس‌آزمون نسبت به نمرات پیش‌آزمون، پیشرفت داشته است.

مقایسهٔ آماری نمرات اولیه و نهایی اِلو

برای مقایســه نمرات اولیه و نمرات نهایی اِلوی دانش‌آموزان، به‌دلیل نرمال نبودن نمرات الو، از آزمون ناپارامتری اســتفاده شــد. نتایج مقایســهٔ آماری نمرات اولیه و نهایی الو در جدول (۶) عرضه شده است.

جدول ۶ آزمون ویلکاکسون برای مقایسه نمرات اولیه و نهایی الو

		تعداد	میانگین رتبه	مجموع رتبه‌ها
الوی اولیه – الوی ثانویه	رتبه‌های منفی	۰a	۰/۰۰	۰/۰۰
	رتبه‌های مثبت	۲۵b	۱۳/۰۰	۳۲۵/۰۰
	هم‌رتبه‌ها	۰c		
	مجموع	۲۵		

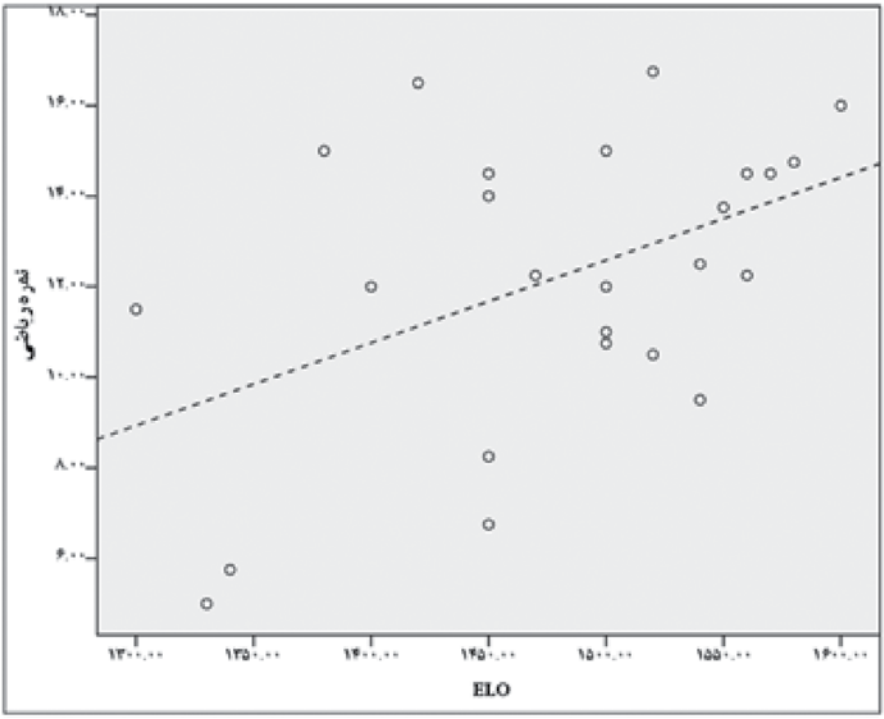
a. الوی اولیه> الوی ثانویه
b. الوی اولیه< الوی ثانویه
c. الوی اولیه= الوی ثانویه

آزمون ویلکاکسون برای مقایسهٔ میانگین یا مجموع رتبه‌ها، نشان داد که نمرات نهایی الو نسبت به نمرات اولیه، پیشرفت داشته است. علاوه بر این، برای مشخص کردن میزان همبستگی بین قدرت حل مسئله (نمرات ریاضی) و مقدار اِلوی دانش‌آموزان، به توصیه کنوور (۱۹۸۰/۱۳۹۰)، از آزمون همبستگی اسپیرمن استفاده شد که نتایج آن، در جدول (۶) نشان داده شده است.

جدول ۶ همبستگی بین نمرات ریاضی و نمرات اِلو

	نمرات ریاضی		
	همبستگی اسپیرمن		
	ضریب همبستگی	**فراوانی**	**سطح معناداری**
نمرات اِلو	۰/۳۷۴	۲۵	۰/۰۰۷

آزمون اسپیرمن نشان داد که مقدار معناداری (۰/۰۰۷)، کمتر از سطح معناداری ۰/۰۵ و ضریب همبستگی اسپیرمن $r = ۰/۳۷۴$ است که این مقدار، نشان‌دهندهٔ این است که بین نمرات ریاضی و نمرات الو دانش‌آموزان شرکت‌کننده در این پژوهش، رابطهٔ مثبت وجود دارد. این رابطه، در نمودار زیر، عرضه شده است.



نمودار ۱ پراکنش نمره ریاضی دانش¬آموزان در برابر نمره ELO آنان

■ بحث و نتیجه‌گیری ■

این پژوهش نشان داد که آموزش شطرنج، در افزایش توانایی‌های حل مسئلهٔ ریاضی دانش‌آموزان پایهٔ پنجم ابتدایی، نقش مثبت دارد. مثبت بودن به این معناست که می‌توان با طراحی مداخله‌های آموزشیِ مناسب مبتنی بر استفاده از شطرنج، توانایی‌های حل مسئلهٔ ریاضی دانش‌آموزان ابتدایی را توسعه داد. نکتهٔ مهم در استفاده از راهبردهای حل مسئلهٔ ریاضی در حین حل مسئله توسط دانش‌آموزان، تشخیص نوع راهبرد و زمان استفاده از آن است. با توجه به اینکه راهبردهای شطرنجی که در مداخلهٔ آموزشی مطرح گردید، مشابه با راهبردهای ریاضیِ به‌کار رفته در کتاب ریاضی پایهٔ پنجم بود، این موضوع به دانش‌آموزان کمک کرد تا در جلسات امتحان، بتوانند نوع راهبردها و زمان استفاده از آن‌ها را بهتر تشخیص داده و به نتیجهٔ مطلوب‌تری دست پیدا کنند.

همچنین، با توجه به تأکید مداخله آموزشی بر سه راهبرد شطرنج که همسو با سه راهبرد حل مسئله ارائه شده در کتاب‌های درسی ریاضی دورهٔ ابتدایی یعنی «الگویابی»، «حل زیرمسئله‌ها» و «حدس و آزمایش» بود، این پژوهش به این نتیجه‌گیری رسید که آموزش شطرنج، بستر مناسبی برای توسعهٔ توانایی‌های حل مسئلهٔ ریاضی است که در تغییرات اخیر، یکی از هدف‌های عمدهٔ برنامهٔ درسی ریاضی اعلام شده است. از این گذشته، وجه تمایز این پژوهش با پژوهش‌های پیشین در این حوزه این است که در آن، علاوه بر مداخلهٔ آموزشی، متغیر شطرنج نیز کمّی شده و معیاری برای سنجش میزان ارتقای اِلو معرفی گردید.

افزون بر این، پژوهش حاضر نشان داد که می‌توان از ظرفیت‌های مختلف برنامهٔ درسی رسمی و مدرسه‌ای، برای استفاده از شطرنج به‌عنوان ابزاری برای ارتقای توانایی‌های حل مسئلهٔ ریاضی بهره برد. در این مطالعه، مداخلهٔ آموزشی در قالب بخشی از فعالیت‌های فوق‌برنامه مدرسه انجام شد و والدین و مسئولان مدرسه، از آن استقبال خوبی کردند. این نتیجه، همسو با یافته‌های تامسون (۲۰۰۳) و فریرا و پالاریس[۵۸] (۲۰۰۸) است. توصیه می‌شود که در پژوهش‌های بعدی، یک مطالعه امکان‌سنجی برای چگونگی تلفیق شطرنج با برنامهٔ درسی ریاضی دورهٔ ابتدایی، انجام شود.

منابع

- پولیا، ج. (۱۳۸۶). *چگونه مسئله را حل کنیم* (ترجمه احمد آرام، چاپ هشتم). تهران: کیهان. (اثر اصلی در سال ۱۹۴۵ چاپ شده است).
- پولیا، ج. (۱۳۸۲). *خلاقیت ریاضی* (ترجمه پرویز شهریاری، چاپ هفتم). تهران: فاطمی. (اثر اصلی در سال ۱۹۶۲ چاپ شده است).
- داودی، خسرو؛ رستگار، آرش؛ شاهورانی، احمد و عالمیان، وحید. (۱۳۹۲). *ریاضی ششم دبستان*. تهران: اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی.
- شریفی، حسن پاشا. (۱۳۸۷). *اصول روان سنجی و روان آزمایی*. تهران: رشد.
- کنوور، دبلیو. جی. (۱۳۹۰). *آمار ناپارامتری کاربردی* (ترجمه سید مقتدی هاشمی‌پرست، چاپ دوم). تهران: مرکز نشر دانشگاهی. (اثر اصلی در سال ۱۹۸۰چاپ شده است).
- گال، ام. دی.، بورگ، دبلیو. آر.، و گال، جی. پی. (۱۳۸۹). *روش‌های تحقیق کمّی و کیفی در علوم تربیتی و روان‌شناسی* (ترجمه احمد رضا نصر و همکاران، چاپ پنجم). تهران: سازمان مطالعه و تدوین علوم انسانی دانشگاه‌ها (سمت) و انتشارات دانشگاه شهید بهشتی. (اثر اصلی در سال ۱۹۹۶ چاپ شده است).
- مایزلیس، آی. ال. (۱۳۷۶). *تئوری بنیادی شطرنج* (ترجمه رضایی، چاپ سوم). تهران: فرزین. (اثر اصلی در سال ۱۹۹۷ چاپ شده است).

- Brenda, D. (2009). *Chess, anyone? Chess as an essential teaching tool*. Retrieved August 7, 2013, from http://www.educationworld.com/a_curr/voice/voice031.shtml
- Charness, N., Reingold, E. M., Pomplun, M., & Stampe, D. M. (2001). The perceptual aspect of skilled performance in chess: Evidence from eye movements. *Memory & Cognition, 29* (8), 1146-1152.
- Dauvergne, P. (2000). *The case for chess as a tool to develop our children's minds*. Retrieved August 7, 2013, from http://www.auschess.org.au/articles/chessmind.htm
- Dvoretsky, M., & Neat, K. (2003). *School of chess excellence 4: Opening developments*. Olms.
- Dvoretsky, M., & Yusupov, A. (1993). *Training for the tournament player*. Henry Holt & Company.
- Ferguson, R. (1995). *Chess in education research summary*. Retrieved August 7th, 2013, from http://www.gardinerchess.com/publications/ciers.pdf
- Ferreira, D. (2012). Determining the strength of chess players based on actual play. *ICGA Journal, 35*(1), 3-19. Retrieved December 10, 2013 from web.ist.utl.pt/diogo.ferreira/papers/ferreira12strength.pdf
- Ferreira, D., & Palhares, P. (2008). Chess and problem solving involving patterns. *Montana Mathematics Enthusiast* 5, 249-256.
- Frank, A. (1973). *Chess and aptitudes – summary*. Retrieved August 7, 2013, from http://www.chess.com/article/view/chess-and-aptitudes
- Gooya, Z. (1992). *Influences of metacognition- based teaching and teaching via problem solving on students' beliefs about mathematics and mathematical problem solving* (Unpublished Doctoral Dissertation). The University of British Columbia, Vancouver, Canada.
- Isabella, J. (2006). *Chess in the math curriculum*. Retrieved August 7, 2013, from http://www.mathandchess.com/articles/article/1302222/60344.htm
- Kazemi, F., Yektayar, M., & Mohammadi Bolban, A. (2012). Investigation the impact of chess play on developing meta-cognitive ability and math problem-solving power of students at different levels of education. *Procedia -Social and Behavioral Sciences, 32*, 372- 379.

■ Laterell, C. M. (2011). *What is problem-solving ability*? Retrieved December 10, 2013, from http://www.lamath.org/journal/Vol1/

■ Liptrap, J. M. (1998). *Chess and standard test scores*. Retrieved August 7, 2013, from http://www.calnorthyouthchess.org/WeibelChess/SAT.html

■ National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *NCTM: Standards: An overview -- Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The Author.

■ Meyers, J. (2005). *Why offer chess in schools*. Retrieved August 7, 2013, from http://www.championshipchess.net/inSchool.html

■ Pólya, G. (1966). L*et us teach guessing: A demonstration with George Pólya*. In K. Simon (Producer), MAA Video Classics: Mathematical Association of America.

■ Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York, NY: Academic Press.

■ Schroeder, T. L., & Lester, F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. In P. R. Trafton & A. P. Shulte (Eds.), *New directions for elementary school mathematics: 1989 yearbook* (pp. 31-42). Reston, VA: NCTM.

■ Silver, E. A. (1987). Foundations of cognitive theory and research for mathematics problem solving instruction. In A.H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education*, (33-60). Hilsdale, N.J: Lawrence, Earlbaum Association.s, Inc.

■ Thompson, M. (2003). *Does the playing of chess lead to improved scholastic achievement*? Issues in Educational Research, (Vol. 13). Retrieved August 7, 2013, from www.sahklube4.hr/3.doc

■ Yusupov, A. (2009). *Build up your chess with Artur Yusupov: Mastery*. Quality Chess Europe AB.

پی‌نوشت‌ها

1. Gooya
2. Silver
3. Schroeder & Lester

۴. نویسندهٔ اول این مقاله، بیش از ۲۰ سال به طور رسمی، در همه سطوح شطرنج شامل بازیکن، مربی، مدرس و داور، فعالیت مستمر داشته و در حال حاضر، سه «نورم داوری بین‌المللی فدراسیون جهانی شطرنج» (FIDE Arbiter: F.A) را کسب کرده است. همچنین در همین مدت نیز، به تدریس ریاضیِ دانشگاهی مشغول بوده است. با این پیشینه، وی در سال ۱۳۸۸، دورهٔ دکتری ریاضی با گرایش آموزش ریاضی را شروع کرد. در حین تحصیل، با کارهای جورج پولیا (۱۹۴۵، ۱۹۶۲) در مورد حل مسئلهٔ ریاضی آشنا شد و از طریق شونفیلد (۱۹۸۵)، از زاویه جدیدی به شطرنج به‌عنوان مصداقی برای حل مسئلهٔ ریاضی نگریست. این نگاه نو، آنقدر برایش جذاب شد که بررسی ارتباط بین شطرنج و حل مسئلهٔ ریاضی، موضوع پژوهش رساله وی گردید.

5. Isabella
6. New Brunswick
7. Challenging Mathematics
8. Schoenfeld
9. Extra- curricular Activity
10. Thompson

۱۱. از زمان تأسیس کارشناسی ارشد آموزش ریاضی در ایران در سال ۱۳۸۰ تا کنون، تعداد پایان‌نامه‌های انجام شده در رابطه با حل مسئله از جهات گوناگون، قابل توجه است و دستیابی به آن‌ها از طریق «ایران داک» ممکن است.

12. De Groot
13. Expert
14. Novice
15. Chunk
16. Charness, Reingold, Pomplun & Stamp
17. Ferreira & Palhares
18. patterns
19. Metacognition
20. Higher Order Thinking

21. Dauvergne
22. Frank
23. Liptrap
24. Texas Assessment of Academic Skills
25. Implicit
26. Curriculum Integration
27. Brenda
28. National Council of Teachers of Mathematics: NCTM
29. How to Solve It: A Short Dictionary of Problem Solving Heuristics
30. Understanding the problem
31. Devising a plan
32. Carrying out the plan
33. Looking back
34. Heuristics
35. Rules of Thumb
36. Mathematical Problem Solving
37. Experimental
38. One-group Pretest-posttest Design

۳۹. بررسی جنسیتی، موضوعِ این مطالعه نبود. اما با توجه به این که در ایران، مدارس تک‌جَنسیتی هستند، در توضیح مدرسه، به «پسرانه» بودن اشاره شده است.

40. Two-stage Cluster

۴۱. علت محدود کردن نمونه به مدرسه پسرانه، امکان‌پذیرتر بودن اجرای پژوهش به دلیل مذکر بودن پژوهشگر بود.

42. Laterell

۴۳. سیستم ریتینگ اِلو (Elo)، روشی برای محاسبه مهارت نسبی بازیکنان در بازی‌های دو نفری مانند شطرنج است که به نام خالق این سیستم آرپاد اِلو، فیزیکدان آمریکایی- مجارستانی، نامگذاری شده است.

۴۴. نرم‌افزار Fritz، توسط شرکت Chess Base ساخته شده است.

45. Clark & Dyte
46. Intervention

۴۷. این مدرسان، دوره‌های مربی‌گری را در سطوح مختلف و زیر نظر فدراسیون شطرنج می‌گذرانند و دارای کارت مربی‌گریِ صادر شده، از طرف فدراسیون شطرنج هستند.

48. Rutine
49. Guess nd Check
50. Triall and Error
51. Educated Guess
52. Systematic
53. Let's Teach Guessing

۵۴. به پیشنهاد مارک دورتسکی و آرتور یوسوپوف- از استادان برجسته شطرنج در شوروی سابق- در کتاب‌های «مدرسه عالی شطرنج»، «آمادگی برای مسابقات شطرنج» و «شطرنج خود را تقویت کنید»، از بازیکنان/ دانش‌آموزان خواسته شد که به مدت ۵ دقیقه، هر دیاگرام را مورد بررسی قرار دهند و در صورت پیدا نکردن ایده نهفته در آن، به راهنمای مربوط (پاسخ تشریحی) به دیاگرام که در اختیار آن‌ها گذاشته شده بود، مراجعه کنند.

۵۵. به دلیل مصطلح بودن واژه «پوزیسیون» در شطرنج، از این به بعد در این مقاله، به جای واژه «وضعیت»، از «پوزیسیون» استفاده می‌شود.

56. Meyers
57. Conover
58. Ferreira, D., & Palhares

پیوست (الف)
(برگه رضایت‌نامه)

جمهوری اسلامی ایران

وزارت آموزش و پرورش

اداره کل آموزش و پرورش استان ......

مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ... شهرستان ......

دبستان پسرانه ......

باسمه تعالی

ولی محترم دانش آموز .... پایه پنجم

احتراما همان گونه که مستحضرید مقرر است یک دوره کلاس آموزش شطرنج در مدرسه برگزار گردد خواهشمند است در صورت رضایت به شرکت فرزندتان در کلاس فوق الذکر رضایت نامه ذیل را امضا کنید.

بدینوسیله اینجانب .... ولی دانش آموز .... رضایت خود را مبنی بر شرکت فرزندم در کلاس آموزش شطرنج اعلام می دارم.

امضاء

پیوست (ب)
(سؤالات پیش‌آزمون، با توضیح در مورد راهبرد پیش‌بینی‌شده برای هر یک)

۱. عدد ۱۳۴۰۵۸۹۰۰۲۷ را به حروف بنویسید. در این عدد، ارزش مکانی ۹ چیست؟

●**راهبرد الگویابی**: الگوی تشخیص و نوشتن مرتبه‌ها.

۲. ربع عدد ۸۰ بیشتر است یا خمس عدد ۴۰؟ (با نشان دادن عملیات)

●**راهبرد حل زیرمسئله‌ها**: ابتدا به دست آوردن ربع عدد ۸۰، بعد به‌دست آوردن خمس عدد ۴۰، سپس مقایسه این دو.

۳. از یک طناب به طول ۲ متر، یک بار $\frac{۲}{۳}$ متر و بار دیگر $\frac{۳}{۳}$ متر بریده‌ایم. چقدر از طناب باقی مانده است؟ (عملیات نوشته شود.)

●**راهبرد حل زیرمسئله‌ها:** جمع کردن اعداد کسری و بعد، کم کردن مجموع اعداد کسری از طول طناب.

۴. نسبت اندازه طول مستطیلی به اندازه عرض آن، مثل ۳ به ۲ است. اگر محیط این مستطیل ۹۰ سانتی‌متر باشد، طول و عرض این مستطیل را حساب کنید.

● **راهبرد حل زیرمسئله‌ها:** به دست آوردن نصف محیط (جمع یک طول و یک عرض)، به‌دست آوردن مجموع نسبت‌ها، تشکیل جدول نسبت.

۵. واحد مساحت زمین‌های کشاورزی ... نام دارد که برابر است با ... متر مربع.

● **راهبرد الگویابی**: تبدیل واحد هکتار به مترمربع با استفاده از الگوی تبدیل واحدهای مساحت به یکدیگر.

۶. خورشید ساعت ″۴۰ :′۵:۳۷ طلوع و ساعت ″۳۰ :′۶:۱۷ بعدازظهر غروب می‌کند. طول روز را حساب کنید.

● **راهبرد حل مسئله ساده‌تر**: تبدیل ۶ بعدازظهر به ۱۸، حل مسئله با حذف دقیقه و ثانیه اعداد، به دست آوردن جواب تقریبی، حل مسئله با اعداد اصلی.

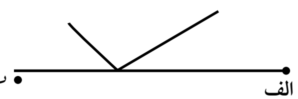
۷. نسبت سن پدر به پسری ۹ به ۴ است. اگر سن پدر ۲۰ سال بیشتر باشد، سن هر کدام چقدر است؟

● **راهبرد حل زیرمسئله‌ها:** به دست آوردن تفاضل نسبت‌ها، تشکیل جدول نسبت‌ها.

۸. اگر عددی را بر ۹ تقسیم کنیم و خارج قسمت ۱۴ و باقیمانده آن ۳ باشد، رقم یکان عدد چیست؟

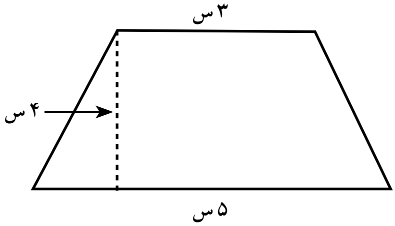
● **راهبرد حل زیرمسئله‌ها:** ضرب خارج قسمت در مقسوم‌علیه، تعیین مجموع زیرمسئلهٔ قبل و باقیمانده و به‌دست آوردن عدد مورد نظر، تعیین یکان عدد مورد نظر.

۹. قرینهٔ شکل را نسبت به خط (الف ـ ب) رسم کنید.



● **راهبرد رسم شکل.**

۱۰. مساحت شکل زیر را به دست آورید.



●**راهبرد الگویابی:** تشخیص و استفاده از الگوی به‌دست آوردن مساحت ذوزنقه.

۱۱. اگر داشته باشیم $\frac{۲}{۷}=\frac{⑤}{۲۸}=\frac{۴۰}{\square}$، در این صورت $\square + \bigcirc$ را حساب کنید.

●**راهبرد حل زیرمسئله‌ها:** به دست آوردن دایره، به دست آوردن مربع، یافتن مجموع.

۱۲. از یک توپ پارچه ۶۰ متری، ۱۲۰۰ سانتی‌متر آن مصرف شده است. حساب کنید چند درصد آن مصرف شده است.

●**راهبرد حل زیرمسئله‌ها:** تبدیل متر به سانتی‌متر، تشکیل جدول نسبت‌ها، تعیین جواب مسئله.

۱۳. عدد $۲\frac{۳}{۴}$ را به کسر تبدیل کنید.

●**راهبرد الگویابی:** تشخیص و استفاده از الگوی تبدیل عدد مخلوط به کسر متعارفی.

۱۴. محیط مربعی ۸۰۰ متر است. مساحت آن چند هکتار است؟

●**راهبرد حل زیرمسئله‌ها:** به‌دست آوردن ضلع مربع با استفاده از محیط، تعیین مساحت مربع بر حسب مترمربع، تبدیل عدد به‌دست آمده به هکتار.

۱۵. مقایسه کنید: $\frac{۵}{۹}\square\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۲۵}{۷}\square ۳\frac{۴}{۷}$

●**راهبرد حل مسئله ساده‌تر:** یکی کردن مخرج کسرها، تبدیل عدد مخلوط به کسر متعارفی.

۱۶. با اعداد ۳، ۴، ۵، ۶، چند کسر کوچک‌تر از واحد می‌توان نوشت؟ آن‌ها را بنویسید.

●**راهبرد حدس و آزمایش.**

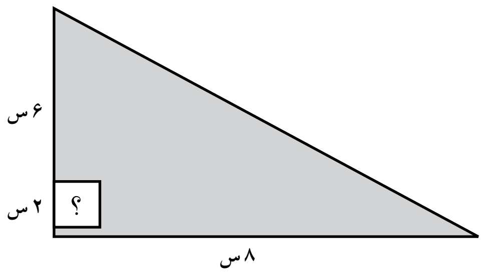
۱۷. در داخل مربع چه رقمی بگذاریم تا □۱۵۷ بر ۶ بخش‌پذیر باشد؟

●**راهبردهای حدس و آزمایش، الگویابی بخش‌پذیری اعداد.**

۱۸. عدد ۳۲۰۵ را در نظر بگیرید. با ارقام این عدد، کوچک‌ترین عدد ۴ رقمی را بنویسید.

●**راهبرد حدس و آزمایش.**

۱۹. مساحت قسمت خاکستری را به دست آورید.



●**راهبرد حل زیرمسئله‌ها**: به‌دست آوردن مساحت مثلث، به‌دست آوردن مساحت مربع، تعیین مساحت قسمت هاشورزده.

۲۰. حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

$$۷\frac{۱}{۲}+۱\frac{۳}{۴}=$$

$$۵-۳\frac{۴}{۷}=$$

●**راهبردهای حل زیرمسئله و حل مسئله ساده‌تر**: تعیین مجموع قسمت‌های صحیح اعداد مخلوط (زیرمسئله)، یکی کردن مخرج کسرهای متعارفی و تبدیل عدد صحیح به کسر مخلوط (مسئله ساده‌تر)، تعیین جواب نهایی (زیرمسئله.)

سؤالات پس‌آزمون (با توضیح در مورد راهبرد پیش‌بینی‌شده برای هر یک)

۱. عدد زیر را به حروف نوشته و بنویسید رقم ۴، در چه مرتبه‌ای قرار دارد؟ ۵۸۴۰۹۳۸۰۰

●**راهبرد الگویابی**: الگوی تشخیص و نوشتن مرتبه‌ها.

۲. برای تفریق مقابل، یک شکل بکشید و حاصل آن را بنویسید.

$$\frac{۷}{۴}-\frac{۳}{۴}=$$

●**راهبرد رسم شکل.**

۳. نسبت طول به عرض مستطیلی ۷ به ۳ است. اگر عرض مستطیل ۱۲ متر باشد طول آن چند متر است؟ مساحت آن را حساب کنید.

●**راهبرد حل زیرمسئله‌ها:** تعیین طول مستطیل، تعیین مساحت مستطیل.

۴. باقیمانده تقسیم ۱۰۴ بر ۳، مثل باقی‌مانده تقسیم ... است بر ۳ یعنی . . . پس عدد ۱۰۴ بر ۳ بخش پذیر ....

●**راهبردهای الگویابی و حل مسئله ساده‌تر**: تشخیص، به‌کارگیری و حل مسئلهٔ ساده‌تر با استفاده از الگوی تعیین بخش‌پذیری عدد ۳ رقمی بر ۱ رقمی براساس بخش‌پذیری عدد ۱ رقمی بر ۱ رقمی .

۵. محیط مربعی ۸۰۰ متر است. اندازهٔ هر ضلع آن چند متر است؟ مساحت آن چند مترمربع است؟

● **راهبرد حل زیرمسئله‌ها**: به‌دست آوردن ضلع مربع با استفاده از محیط، تعیین مساحت مربع بر حسب مترمربع.

۶. عملیات زیر را انجام دهید و جواب را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$$۷\frac{۱}{۲}+۱\frac{۳}{۴}=$$

$$۳\frac{۲}{۷}-\frac{۲}{۲۱}=$$

● **راهبردهای حل زیرمسئله‌ها و حل مسئله ساده‌تر**: تعیین مجموع قسمت‌های صحیح اعداد مخلوط (زیرمسئله)، یکی کردن مخرج کسرهای متعارفی و تبدیل عدد صحیح به کسر مخلوط (مسئله ساده‌تر)، تعیین جواب نهایی (زیرمسئله).

۷. کشاورزی $\frac{۲}{۸}$ زمین خود را خیار و $\frac{۴}{۸}$ آن را گوجه‌فرنگی کاشته است.

الف) چه کسری از این زمین، زیر کشت رفته است؟

ب) چه کسری این زمین، زیر کشت نرفته است؟

●**راهبردهای رسم شکل و حل زیرمسئله‌ها**: کشیدن شکل زمین برای کمک به حل مسئله، محاسبهٔ مجموع کسرها، محاسبهٔ تفاضل کسرها.

۸. پدر محمد در ساعت '۸:۱۹ روز دوشنبه، برای انجام مأموریت از منزل خارج شد و ساعت '۴:۲۵ بعد از ظهر روز بعد، به منزل بازگشت. سفر او چه مدت طول کشید؟

●**راهبردهای حل مسئله ساده‌تر و حل زیرمسئله‌ها**: تبدیل ساعت ۴ بعدازظهر به ۱۶، تفاضل ساعت‌ها، جمع جواب مسئله با عدد ۲۴ ساعت.

۹. مقایسه کنید و علامت <=> بگذارید.

$\frac{۰}{۴}\square\frac{۰}{۹}$ $۲\square\frac{۱۲}{۱۲}$ $۱\square\frac{۶}{۵}$ $۴\frac{۲}{۷}\square\frac{۳}{۷}$

●**راهبرد حل مسئله ساده‌تر**: تبدیل اعداد صحیح و مخلوط به کسرهای متعارفی و مقایسه کسرها.

۱۰. پیراهنی را با ۲۰ درصد تخفیف به قیمت ۲۴۰۰ تومان خریدیم. قیمت پیراهن بدون تخفیف، چقدر بوده است؟

●**راهبرد حل زیرمسئله‌ها**: تعیین درصد قیمت خرید پیراهن پس از تخفیف، تشکیل جدول نسبت‌ها، یافتن جواب مسئله.

۱۱. از یک کیسه ۱۰ کیلویی برنج، دفعه اول ۳/۷۵ کیلوگرم و دفعه دوم ۴/۸ کیلوگرم برنج مصرف کرده‌ایم. چند کیلوگرم برنج باقی مانده است؟

●**راهبردهای حل زیرمســئله‌ها و حل مسئله ســاده‌تر:** به‌دست آوردن مجموع کسرها، تفاضل مجموع کسرها از کل.

۱۲. ضرب $\frac{۱}{۵} \times ۵$ را روی شکل نشان داده و جواب آن را بنویسید.

●**راهبرد رسم شکل.**

۱۳. کسر را به عدد اعشاری و عدد اعشاری را به کسر تبدیل کنید.

$\frac{۳۵۷}{۱۰۰} =$ $\qquad\qquad$ $۴/۰۷ =$

●**راهبرد الگویابی:** الگوی تبدیل کسر به عدد اعشاری و برعکس.

۱۴. منبع آبی داریم به ابعاد ۴/۲ و ۳ و ۷/۱ متر. گنجایش آن چند لیتر است؟

●**راهبردهای حل زیرمســئله‌ها و حل مسئله ســاده‌تر:** تعیین حجم منبع بر حسب مترمکعب، تبدیل متر مکعب به لیتر.

۱۵. کسر را به عدد مخلوط و عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنید.

$\frac{۱۷}{۵} =$ $\qquad\qquad$ $۱۳\frac{۹}{۱۱} =$

●**راهبرد الگویابی:** الگوی تبدیل کسر متعارفی به عدد مخلوط و برعکس.

۱۶. در جاهای خالی، عدد مناسب بنویسید.

الف) ۰/۳۷ کیلوگرم برابر است با .... گرم.

ب) ۲۰ سانتی‌متر یعنی .... متر.

ج) ۳۵ سی‌سی برابر است با .... لیتر.

●**راهبرد الگویابی:** الگوی تبدیل واحدهای وزن، طول وحجم.

۱۷. اختلاف پول علی و زهرا ۴۵۰۰ تومان است. اگر نسبت پول آن‌ها ۷ به ۲ باشد، پول هر کدام چقدر است؟

●**راهبرد حل زیرمسئله‌ها:** به‌دســت آوردن تفاضل نسبت‌ها، تشکیل جدول نسبت‌ها، به‌دست آوردن جواب نهایی.

۱۸. در داخل ☐ چه رقمی باید گذاشته شود تا عدد چهار رقمی حاصل، بر ۲ و ۹ بخش‌پذیر باشد؟

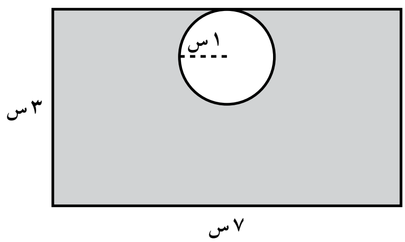
☐ ۸۰۱

●**راهبردهای حدس و آزمایش، الگویابی:** چون عدد مورد نظر باید بر ۲ بخش‌پذیر باشد، پس این عدد زوج است. از طرفی با توجه به الگوی بخش‌پذیری بر ۹، بایستی مجموع ارقام این عدد بر ۹ بخش‌پذیر باشد. با حدس و آزمایش، می‌توان جواب مسئله را به‌دست آورد.

۱۹. دوچرخه‌سواری در ساعت اول ۱۷ کیلومتر، در ساعت دوم ۲۴ کیلومتر و در ساعت سوم ۳۱کیلومتر را پیمود. میانگین سرعت او را در ساعت حساب کنید.

●**راهبرد حل زیرمسئله‌ها:** تعیین مجموع اعداد، تقسیم مجموع بر عدد ۳، به‌دست آوردن جواب مسئله.

۲۰. مساحت قسمت خاکستری را حساب کنید.



●**راهبرد حل زیرمسئله‌ها:** تعیین مساحت مستطیل، تعیین مساحت دایره، کم کردن مساحت دایره از مساحت مستطیل، تعیین جواب مسئله.