

شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتوایی هندسه و اندازه‌گیری و مقایسه عملکرد آن‌ها با میانگین عملکرد در سطح بین‌المللی

■ شهرناز بخشعلی‌زاده*

■ ناصر بروجرديان**

چکیده:

بدفهمی‌ها از عواملی هستند که منجر به بروز مشکلات جدی در یادگیری ریاضیات می‌شوند. شناخت بدفهمی‌ها و ریشه‌های ایجاد آن‌ها می‌تواند زمینه را برای بهبود یادگیری فراهم سازد. یکی از هدف‌های پژوهش حاضر شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی در هندسه و اندازه‌گیری و مقایسه عملکرد آن‌ها با میانگین عملکرد در سطح بین‌المللی بوده است. بدفهمی‌های مورد بررسی در آزمون تیمز سال‌های ۲۰۰۳، ۲۰۰۷ و ۲۰۱۱ از طریق تحلیل محتوا به روش تفسیر متن شناسایی شدند. سپس برای درک این مطلب که آیا بدفهمی‌های شناسایی شده خاص دانش‌آموزان ایرانی است یا خیر، مشابهت‌ها و تفاوت‌های عملکرد دانش‌آموزان در ایران و در سطح بین‌المللی از طریق تحلیل ثانویه و آمار توصیفی بررسی شد. میزان شیوع هر بدفهمی با عددی از ۴-۰ نمایش داده شد. ابزار مورد استفاده در پژوهش، سؤالات مرتبط با حوزه هندسه و اندازه‌گیری در آزمون‌های تیمز ۲۰۰۳، ۲۰۰۷ و ۲۰۱۱ است. جامعه آماری این پژوهش، دانش‌آموزان ایرانی مشغول به تحصیل در کلاس چهارم دبستان در زمان اجرای آزمون‌های فوق و نمونه آماری مورد استفاده شامل دانش‌آموزان شرکت‌کننده در آزمون‌های تیمز در سال‌های ذکر شده است. بدفهمی‌های شناسایی شده در پژوهش‌های مختلف در جداول بدفهمی ارائه شده‌اند. نتایج نشانگر وجود بدفهمی‌های مختلف هم در بین دانش‌آموزان ایرانی و هم خارج از ایران بود؛ ولی میزان شیوع این بدفهمی‌ها در دانش‌آموزان ایران و دانش‌آموزان دیگر کشورها متفاوت بود. در متن مقاله تفاوت‌ها مشخص و تحلیل شده‌اند.

کلید واژه‌ها:

درک، بدفهمی، ارزشیابی تشخیصی

□ تاریخ دریافت مقاله: ۹۵/۱۰/۲۲ □ تاریخ شروع بررسی: ۹۵/۱۲/۲۲ □ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۶/۷/۲۱

* کارشناس پژوهش علوم پایه پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش و دانشجوی دکترا برنامه‌ریزی درسی آموزش عالی دانشگاه شهید بهشتی (نویسنده مسئول)
sbakhshalizadeh@yahoo.com

** دانشیار گروه ریاضی دانشگاه صنعتی امیرکبیر.
broojerd@aut.ac.ir

مقدمه

بدفهمی‌ها از عواملی هستند که منجر به بروز مشکلات جدی در یادگیری ریاضیات می‌شوند. بدفهمی‌ها به‌طور مستقل وجود ندارند بلکه در یک چارچوب مفهومی خاص بروز می‌کنند و می‌توانند با تغییرات چارچوب تغییر کنند یا ناپدید شوند. شناخت بدفهمی‌ها و ریشه‌های ایجاد آن‌ها در حوزه‌های مفهومی و در سطوح مختلف تحصیلی، می‌تواند موجب ارتقای یادگیری گردد؛ زیرا بدفهمی‌ها بخشی از ساختار مفهومی ذهن دانش‌آموز را تشکیل می‌دهند که با مفهوم جدید در تعامل است. به دلیل اینکه بدفهمی‌ها منشأ بروز خطا هستند، این تأثیرات اغلب منفی هستند (استرایک^۱، ۱۹۸۳ به نقل از البویر^۲، ۱۹۸۹). آگاهی از مفاهیم درک شده و بدفهمی‌های دانش‌آموزان از عناصر اساسی دانش پداگوژیکی محتواسست. پژوهش‌ها نیز نشان می‌دهند درک معلمین از چگونگی درک و تفکر دانش‌آموزان بسیار محدود است. این آگاهی، معلم را در فرایند طراحی آموزشی و اجرای آن یاری می‌دهد و معلمان می‌توانند برای جلوگیری از بروز بدفهمی‌ها، یا مواجهه با آن‌ها آمادگی لازم را در خود ایجاد نمایند.

● ماهیت درک (فهم) و بدفهمی چیست؟

مفهوم‌سازی، تلاشی فردی و فرایندی پویا است که از طریق آن شخص سعی می‌کند به وقایع دنیای اطراف خود معنا ببخشد و همواره در حال تغییر و تکامل است. مسترز^۳ (۱۹۸۷)، به نقل از مسترز و چپمن^۴ (۱۹۸۳) بیان می‌کنند که دانش جدید، زمانی به‌خوبی درک و یکپارچه می‌شود که هم‌راستا با شبکه دانش موجود باشد. آن‌ها ادامه می‌دهند که متأسفانه اغلب دانش‌آموزان توانایی برقراری ارتباط بین دانش جدید و شبکه دانش موجود را ندارند زیرا یا دانش موجود ناقص است و یا درست است ولی آن‌گونه توسعه نیافته است که با دانش جدید هم‌راستا شود. در این دو وضعیت دانش‌آموز تفسیرهای خود از اطلاعات را می‌سازد و بر مبنای آن با اطلاعات پیشین پیوندهای خود را برقرار می‌کند. این تفسیرها و پیوندهای ناقص و معیوب به خطاهای سیستماتیک منجر می‌شوند (هیبرت و کارپنتر، ۱۹۹۲، نقل شده در چپمن و مسترز، ۲۰۱۱) که از آن‌ها با عنوان بدفهمی یاد می‌شود. معلم نقش بزرگی در فراهم کردن فرصت‌های آموزشی مناسب برای جلوگیری از بروز بدفهمی‌ها و یا مواجهه با آن‌ها دارد. اگر خطاهای دانش‌آموزان به‌عنوان یکی از منابع یادگیری آن‌ها در نظر گرفته شود، می‌تواند موجب بهبود یادگیری و بالا رفتن کارایی دانش‌آموزان شود، زیرا بهترین یادگیری، زمانی رخ می‌دهد که متعلم فعالانه در ساختن دانش شرکت داشته باشد. بنابراین، دانش‌آموزان باید آزادانه استدلال‌ها و فهم خود را ارائه کنند و بدانند که خطاهای آن‌ها در واقع می‌تواند در توسعه و رشد فراشناخت آن‌ها تأثیر داشته باشد. اگرچه ممکن است نتوان همواره از بروز بدفهمی‌ها جلوگیری کرد، ولی می‌توان در جهت اصلاح آن‌ها قدم برداشت. برای مثال، انجام فعالیتی که در آن دانش‌آموز خواسته می‌شود تا درستی یا نادرستی قانونی را در وضعیت‌های مختلف بررسی کند، این امکان را فراهم می‌سازد تا اعتبار

تعمیم‌ها مورد بررسی قرار گیرد و از قوت بدفهمی‌ها در ذهن بکاهد. انجام فعالیت‌هایی که در آن‌ها از دانش‌آموزان خواسته می‌شود تا بر فرایندها و اعمال خود نظارت داشته و آن‌ها را تحلیل کند می‌تواند به رفع اشتباهات، قبل از آنکه به بدفهمی تبدیل شوند کمک کند.

به عقیده بن‌هور^۵ مفهوم بدفهمی، بر فرضیهٔ تقابل «منطق عینی^۶» یعنی فهمیدن با «منطق ذهنی^۷» یعنی بدفهمی استوار است. سازنده‌گرایان معتقدند که منطق ذهنی، تأثیر معناداری بر رشد و توسعهٔ مفهومی دارد. دانش‌آموزان پس از مواجهه با مفاهیم صوری و رسمی، بدفهمی‌های خود را «فراموش» نمی‌کنند. آن‌ها ریاضی را ابتدا با توجه به تصوراتی که در آن‌ها به اشتباه شکل گرفته است، درک می‌کنند و سپس به تدریج شروع به اصلاح و سازمان‌دهی مجدد دانش خود می‌کنند. بنابراین، سازنده‌گرایان به بدفهمی به عنوان وضعیتی و مرحله نگاه می‌کنند و آن‌ها را با واژگان رشدی همچون «پیش مفهوم‌سازی^۸»، «چارچوب جایگزین اولیه^۹» یا «ایده‌های شهودی اولیه^{۱۰}» می‌خوانند. مفهوم‌سازی^{۱۱}، فرایند یادگیری شامل جذب و جای‌دادن ایده‌های جدید در ساخت شناختی در حال توسعه و طرح‌واره‌های مفهومی است. در طول فرایند یادگیری، پیش مفهوم‌سازی، ممکن است با بیش‌تعمیمی^{۱۲}، یا با کم‌تعمیمی^{۱۳} مفاهیم ریاضی همراه باشد.

از آنجاکه بدفهمی‌ها به فرد کمک می‌کنند تا توجیهی برای وقایع دنیای اطراف خود داشته باشند، در مقابل تغییر و اصلاح مقاوم هستند (کلامر^{۱۴}، ۱۹۹۸، به نقل از کوتلوی^{۱۵}، ۲۰۰۵). به این ترتیب، برخی از این بدفهمی‌ها برای مدت‌های مدید در فرد باقی می‌مانند.

● دسته‌بندی بدفهمی‌های رایج در علوم و ریاضی

گرابر و جانسون^{۱۶} (۱۹۹۱) بدفهمی‌ها را در چهار گروه قرار می‌دهند:

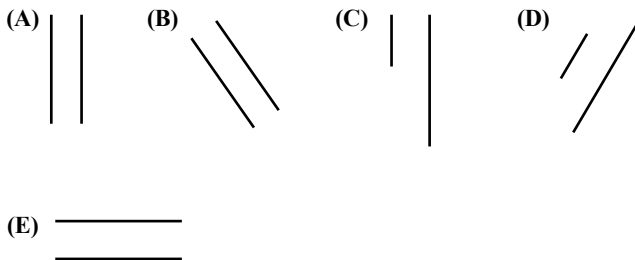
- **بیش‌تعمیمی:** دانش‌آموز مفهوم یا رویه‌ای را که در یک وضعیت درست است به وضعیتی دیگر تعمیم می‌دهد.
- **بیش‌تخصصی:** دانش‌آموز محدودیتی را که ویژگی یک مفهوم، یا رویه نیست، به آن نسبت می‌دهد.
- **ترجمهٔ نادرست:** دانش‌آموز در ترجمهٔ واژگان، نمادها، جداول یا نمودارها به یکدیگر اشتباه می‌کند.
- **مفهوم‌سازی محدود:** ریشهٔ بدفهمی دانش‌آموز به عدم درک مفهوم یا رویه برمی‌گردد.

وایلی و سیوفالو^{۱۷} (۲۰۰۸) مجموعه‌ای از بدفهمی‌های رایج در دانش‌آموزان در علوم و ریاضی را شناسایی کرده و بر مبنای آن، چارچوبی برای معلمان برای شناسایی بدفهمی‌ها در دانش‌آموزان تهیه کرده‌اند که در ادامه به پنج گروه از بدفهمی‌های شناسایی‌شده توسط آنها اشاره می‌شود (DIMS):

۱. عدم تشخیص محدودیت‌های نمودارها، مدل‌ها و نمایش‌های دیگر

نمودارها، مدل‌ها و نمایش‌های دیگر که در گفتمان‌ها و فرایندهای آموزش ریاضی و علوم از آن‌ها استفاده می‌شوند، ممکن است از دقت کافی برخوردار نباشند، مقیاس اندازه‌گیری در آن‌ها به درستی رعایت نشده و یا ناقص باشد. برای مثال دانش‌آموزان در سال‌های اولیه ممکن است مستطیل‌هایی را که قاعده افقی ندارند مستطیل به حساب نیاورند. برای مثال به سؤال زیر توجه کنید:

● کدام گزینه دو خط موازی را نشان می‌دهد؟



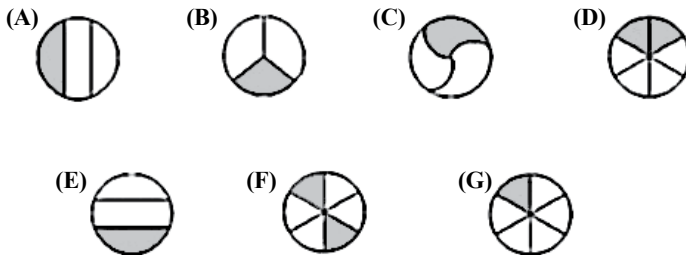
شکل شماره ۱. DIMS ریاضیات پایه چهارم. مرکز ارزیابی‌های آموزشی ۲۰۰۷

دانش‌آموزانی که گزینه‌های C و D را انتخاب نمی‌کنند، ممکن است فرض برابری طول‌های ارائه‌شده را برای موازی بودن در ذهن داشته باشند.

۲. افراط در انتزاع، تعمیم (بیش تعمیمی) و ساده‌سازی

ممکن است ویژگی‌ها و توصیف رویه‌ها، مفاهیم و عبارات ریاضی، تعمیم نابجا داده شوند، یا (با حذف، یا نادیده انگاشتن فرض‌ها) ساده شده باشند. دانش‌آموزان باید بدانند کدام «حقیقت» ریاضی در وضعیتی دیگر درست نمی‌باشد و یک حکم کلی نیست. برای مثال این واقعیت که حاصل جمع همیشه بزرگ‌تر از جمع‌وندها است فقط تا زمانی درست است که اعداد منفی در صحنه نیستند. برای مثال به سؤال زیر توجه کنید:

● در کدام گزینه، یک سوم شکل رنگ شده است؟



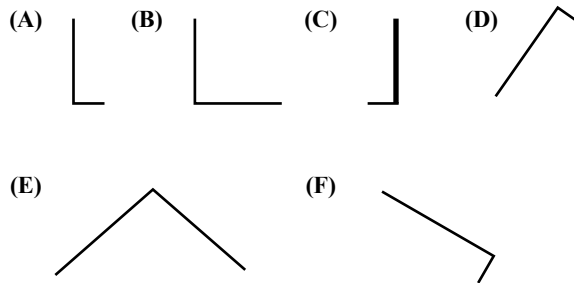
شکل شماره ۲. DIMS ریاضیات پایه چهارم. مرکز ارزیابی‌های آموزشی ۲۰۰۷

دانش‌آموزانی که گزینه‌های E و A را انتخاب می‌کنند، با نادیده گرفتن فرض برابری قسمت‌ها در واحد، تعریف را ساده می‌کنند. دانش‌آموزانی که گزینه‌های C و D و F را انتخاب نمی‌کنند، احتمالاً با توجه به تجربه کسر به شکل گزینه B، محدودیت‌های ارائه‌های مرسوم را درک نمی‌کنند و جامعیت تعریف را در نظر نمی‌گیرند.

۳. عدم درک زبانی و واژگان

واژگان مورد استفاده در ارتباطات زندگی روزانه ممکن است معنای دیگری در زبان ریاضی داشته باشند. برای مثال واژه «صفحه» در زندگی روزمره در ذهن دانش‌آموز ممکن است با معنای آن در ریاضی تفاوت داشته باشد. برای مثال به سؤال زیر توجه کنید:

● کدام گزینه یک زاویه راست را نشان می‌دهد؟



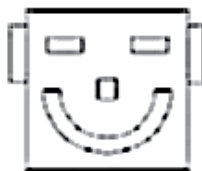
شکل شماره ۳. DIMS ریاضیات پایه چهارم. مرکز ارزیابی‌های آموزشی ۲۰۰۷

دانش‌آموزانی که گزینه C را انتخاب نمی‌کنند، «زاویه راست» را در مقابل «زاویه چپ» در نظر می‌گیرند و معنای جهت در زندگی روزمره را به «راست» می‌دهند.

۴. درک «تعاریف»

«تعاریفی» که صرفاً بر مبنای شهود یا استدلال‌های ناقص شکل گرفته باشند، ممکن است در ارتباط با مفاهیم ریاضی گمراه‌کننده، بی‌دقت و ناقص باشند. برای مثال به سؤال زیر توجه کنید:

● در این شکل چند مستطیل دیده می‌شود؟



- الف. (۲)
- ب. (۴)
- پ. (۵)
- ت. (۶)

شکل شماره ۴. DIMS ریاضیات پایه چهارم. مرکز ارزیابی‌های آموزشی ۲۰۰۷

دانش‌آموزانی که گزینه B را انتخاب می‌کنند بر مبنای استدلالی ناقص، مربع را مستطیل نمی‌دانند. اغلب این دسته از دانش‌آموزان، مربع و مستطیل را در زمان‌های مختلف آموخته‌اند و در نتیجه تصور می‌کنند که این دو شکل کاملاً متفاوت هستند. این حقیقت که نام این دو شکل نیز از نظر واژه‌ای با هم مرتبط نیستند، نیز این ایده را تقویت می‌کند. این موضوع را در ارتباط با بقیه چهارضلعی‌ها نیز می‌توان مشاهده نمود. دانش‌آموزانی که گزینه A را انتخاب می‌کنند، علاوه بر اینکه مربع را مستطیل نمی‌دانند، مستطیل‌هایی را هم که طول آن‌ها در امتداد محور y ها است (گوش‌ها) مستطیل نمی‌دانند.

۵. پذیرش هم‌ارزی‌های نادرست

در مواردی، برخی از مفاهیم یا رویه‌های ریاضی به‌طور نادرست هم‌ارز تصور می‌شوند. برای مثال، برخی از دانش‌آموزان ممکن است از استدلال‌های حاکم بر اعداد حسابی در محاسبات با کسرها استفاده کنند، یا محاسبات با «زمان» را مشابه با محاسبات با اعداد اعشاری انجام دهند. برای مثال به سؤال زیر توجه کنید:

زمان اجرای سه آهنگ از چهار آهنگ در یک CD در جدول زیر آورده شده است. اگر مجموع زمان هر چهار آهنگ ۲۵ دقیقه باشد و وقفه‌ای بین اجرای آهنگ‌ها نباشد، زمان اجرای آهنگ چهارم چقدر است؟

شماره آهنگ	۱	۲	۳	۴
زمان (برحسب دقیقه و ثانیه)	۵:۱۴	۴:۵۷	۶:۰۳	؟

الف. ۳ دقیقه و ۴۶ ثانیه ب. ۳ دقیقه و ۸۶ ثانیه ج. ۴ دقیقه و ۲۶ ثانیه

DIMS ریاضیات پایه چهارم. مرکز ارزیابی‌های آموزشی ۲۰۰۷

دانش‌آموزانی که گزینه‌های «ب» و «ج» را انتخاب می‌کنند، در محاسبه با اعداد مرکب (نمایش زمان) همانند اعشاری‌ها عمل می‌کنند. این دسته از دانش‌آموزان از تفاوت بین «/» (ممیز برای جداسازی قسمت صحیح از اعشاری) و «:» (برای جداسازی واحدهای دقیقه و ساعت از هم) آگاهی ندارند.

● تیمز و زمینه‌های ارزیابی در تیمز^{۱۸} (TIMSS)

شناسایی بدفهمی‌ها کاری دشوار است. برخی از پژوهشگران از شیوه‌ها و ابزارهایی همچون مصاحبه و نیز به‌کارگیری نقشه‌های مفهومی در ارزشیابی‌های تشخیصی استفاده می‌کنند. از آنجاکه مصاحبه و تحلیل نقشه‌های مفهومی، کاری زمان‌بر است، استفاده از سؤالات چندگزینه‌ای که هر گزینه نادرست به بدفهمی یا یک اشتباه رایج اشاره دارد، می‌تواند ابزاری مناسب محسوب شود. گرچه در این وضعیت نمی‌توان به درون ذهن پاسخ‌دهنده و نحوه تفکر وی پی برد، ولی از نتایج آن می‌توان به‌منظور حدسیه‌سازی و به‌عنوان پایه‌ای برای انجام تحقیقات بعدی استفاده نمود.

تیمز یک ارزیابی در حوزه آموزش ریاضیات و علوم پایه‌های چهارم ابتدایی و هشتم است که هدف آن، تهیه داده‌ها و اطلاعات مقایسه‌ای در مورد عملکرد آموزشی کشورهای شرکت‌کننده به منظور ارتقا و بهبود کیفیت فرایند یاددهی - یادگیری در ریاضیات و علوم است. ارزیابی در ریاضیات و علوم در دو حیطه، تحت عنوان «حوزه‌های موضوعی» و «حیطه‌های شناختی» انجام می‌پذیرد. حوزه‌های موضوعی به ارزیابی محتوای موضوعی (برای مثال: اعداد و عملیات، جبر، هندسه، داده‌ها و احتمال در ریاضی پایه هشتم) اختصاص دارد. حیطه‌های شناختی به ارزیابی فرآیندهای تفکر (برای مثال دانستن، به‌کار بستن و استدلال‌کردن) می‌پردازد و مجموعه‌ای از رفتارها را ارزیابی می‌کند که انتظار می‌رود دانش‌آموزان با درگیر شدن با ریاضی و علوم از خود بروز دهند. آزمون تیمز به مثابه یک ارزشیابی تشخیصی با در اختیار گذاردن حجم وسیعی از داده‌ها، انجام مطالعات تطبیقی و تشخیصی را امکان‌پذیر می‌نماید. سیستم نمره‌گذاری تشخیصی به منظور تعیین میزان صحت و طبقه‌بندی یا ردیابی خطاهای متداول یا تصورات نادرست و بدفهمی‌ها طراحی شده است و به پژوهشگران امکان می‌دهد تا به بررسی خطاها یا تصورات نادرست متداول در جامعه آموزشی مورد نظر بپردازند (کریمی، ۱۳۸۷).

● سیستم نمره‌گذاری تشخیصی تیمز

سؤالات پاسخ‌ساز نسبت به سؤالات چندگزینه‌ای اطلاعات معتبرتری برای بررسی برخی از اهداف و دستاوردهای آموزشی در اختیار قرار می‌دهند. معمولاً از دانش‌آموزان خواسته می‌شود تا یک پاسخ عددی یا توضیحی کوتاه در یک یا دو سطر ارائه کنند، یا این که جدولی را تکمیل کنند و یا نموداری را رسم کنند. پاسخ‌های دانش‌آموزان شواهدی از درک یا بدفهمی‌های آن‌ها، یا اشتباهات رایج در بین دانش‌آموزان را در اختیار قرار می‌دهد.

سیستم نمره‌گذاری تشخیصی تیمز، از دو رقم استفاده می‌کند. رقم سمت چپ، میزان درست بودن پاسخ را نشان می‌دهد و رقم سمت راست در کدگذاری، پاسخ‌های درست، یا نادرست و اطلاعات تشخیصی را در اختیار قرار می‌دهد (کدهای ۱۰-۱۹، ۲۰-۲۹، ۷۰-۷۹). بررسی این کدها می‌تواند ما را در یافتن پاسخ سؤالات زیر یاری نماید.

■ اهداف پژوهش

هدف این پژوهش، شناسایی بدفهمی‌های رایج بین دانش‌آموزان پایه چهارم در حوزه محتوایی هندسه و اندازه‌گیری بر اساس مطالعات تیمز و مقایسه عملکرد آن‌ها با میانگین عملکرد در سطح بین‌المللی است. در راستای نیل به این هدف، اهداف ویژه زیر مشخص می‌شوند.

۱. شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان دوره ابتدایی در هندسه و اندازه‌گیری بر مبنای پژوهش‌های انجام شده و مبانی نظری؛

۲. شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان دوره ابتدایی ایران در حوزه هندسه و اندازه‌گیری بر مبنای عملکرد دانش‌آموزان در آزمون‌های تیمز؛
۳. بررسی مشابهت‌ها و تفاوت‌های بین دانش‌آموزان ایرانی و دانش‌آموزان دیگر کشورهای شرکت‌کننده در تیمز.

■ سؤال‌های پژوهش

- در این پژوهش سؤالات زیر مورد بررسی قرار می‌گیرند.
۱. بر مبنای پژوهش‌های انجام شده و مبانی نظری، بدفهمی‌های دانش‌آموزان دوره ابتدایی در هندسه و اندازه‌گیری کدامند؟
 ۲. بدفهمی‌هایی که آزمون تیمز در ریاضی شناسایی می‌کند کدامند؟
 ۳. بدفهمی‌های دانش‌آموزان دوره ابتدایی ایران در هندسه و اندازه‌گیری چیستند؟
 ۴. مشابهت‌ها و تفاوت‌های بین بدفهمی‌های دانش‌آموزان ایرانی و دانش‌آموزان کشورهای دیگر شرکت‌کننده در تیمز کدامند؟

■ روش تحقیق و فرایند اجرای پژوهش

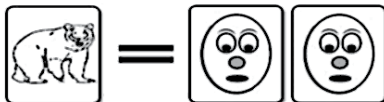
ابتدا در بررسی پیشینه، بدفهمی‌های شناسایی شده در پژوهش‌های مختلف، از نگاه نظری مورد بررسی قرار گرفتند. شناسایی بدفهمی‌ها از دیدگاه نظری، نه صرفاً به منظور تکمیل پیشینه و ادبیات تحقیق، بلکه به منظور ارائه پشتوانه تحقیقاتی در تأیید تحلیل گزینه‌ها و کدهای نادرست انجام گرفت. بدفهمی‌های شناسایی شده در جداول مرتبط با حوزه‌های مفهومی - شناختی تحت عنوان «تحقیقات جهانی در بدفهمی‌ها» ارائه شده‌اند. این بدفهمی‌ها در دو حوزه موضوعی زیر دسته‌بندی می‌شوند:

- بدفهمی‌های اندازه‌گیری
- بدفهمی‌های هندسه

سؤال‌های تیمز هم شامل سؤال‌های چندگزینه‌ای و هم سؤال‌های پاسخ‌ساز می‌باشد. گزینه‌های نادرست (گزینه‌های انحرافی) در سؤال‌های چندگزینه‌ای غالباً برای شناسایی یک بدفهمی انتخاب شده‌اند.

در سؤال‌های پاسخ‌ساز، هر یک از کدهای ۷۹-۷۰ (کدهای متناظر با اشتباه‌ها و بدفهمی‌های مختلف) و کدهای ۱۹ - ۱۰ در سؤالات ۲ امتیازی به شناسایی یک بدفهمی می‌پردازد. پاسخ‌های دانش‌آموزان شواهدی از میزان درک یا بدفهمی‌های آن‌ها و یا اشتباهات رایج در بین دانش‌آموزان در اختیار قرار می‌دهند. سؤال زیر یک نمونه از سؤال‌های پاسخ‌ساز به همراه هدف و راهنمای کدگذاری آن است.

در شهربازی، اتاقکی وجود دارد که بچه‌ها می‌توانند کارت‌های خود را در آنجا عوض کنند.



ارزش یک کارت حیوان برابر ارزش ۲ کارت کارتونی است.



ارزش ۲ کارت حیوان برابر ارزش ۳ کارت ورزشی است.

بهمن ۸ کارت کارتونی داشت. او می‌خواست کارت‌هایش را با تعدادی کارت ورزشی عوض کند. او چند کارت ورزشی خواهد گرفت؟ محاسبات خود را بنویسید.

کد ۶:۱۰	پاسخ درست
کد ۴:۷۰	پاسخ‌های نادرست
کد ۱۲:۷۱	
کد ۲۴:۷۲	
کد ۷۹: سایر موارد نادرست	

● هدف: گزینش اطلاعات مناسب و به‌کارگیری

آن‌ها برای حل مسائل چندمرحله‌ای

● حوزه موضوعی: اعداد

● موضوع: اعداد حسابی

● حیطة شناختی: استدلال کردن

با توجه به اینکه غالب گزینه‌های نادرست و هرکدام از کدهای نادرست بدفهمی خاصی را شناسایی می‌نمایند، به‌منظور تعیین بدفهمی‌های مورد بررسی در آزمون تیمز، کدهای نادرست در سؤالات تشریحی و گزینه‌های نادرست در سؤالات چندگزینه‌ای آزمون تیمز سال‌های ۲۰۰۳، ۲۰۰۷ و ۲۰۱۱ به روش تحلیل محتوا بررسی شدند. این تحلیل تفسیر پژوهشگران از کدها و گزینه‌های نادرست است. به‌منظور تحلیل عملکرد دانش‌آموزان، هر سؤال، به همراه این توصیف‌ها و درصد پاسخ‌گویی دانش‌آموزان در ایران و در خارج از ایران (درصد بین‌المللی) به هر کد یا گزینه نادرست ارائه شدند. در مواردی که سؤال در دوره‌های مختلف برگزاری آزمون تیمز تکرار شده بود، میانگین درصد‌های پاسخ‌گویی در نظر گرفته شد. اگر چند گزینه نادرست در یک سؤال چندگزینه‌ای، یا چند کد نادرست در یک سؤال پاسخ‌ساز یک بدفهمی را ارزیابی می‌کردند، درصد کل آن‌ها در نظر گرفته شد. با توجه به اینکه درصد ارائه‌شده به‌طور خام ممکن است اطلاعات زیادی در اختیار قرار ندهد، نسبت هر کد

شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتوایی هندسه و اندازه‌گیری و مقایسه عملکرد آن‌ها با میانگین عملکرد در سطح بین‌المللی

نادرست، یا ناقص (کد ناقص، کدی است که به پاسخ‌هایی داده می‌شود که فقط بخشی از سؤال را جواب داده و یا اشتباهی در آن وجود دارد) به کد درست یا نسبت درصد هر گزینه نادرست به درصد گزینه درست، در ایران و در سطح بین‌المللی ارائه شده است. برای مثال جدول زیر تفسیر کدهای متناظر با پاسخ‌های نادرست سؤال فوق را نشان می‌دهد. در این جدول کد ۱۰ نشان‌دهنده پاسخ درست ۱ امتیازی است.

کد ۴:۷۰ عدم تکمیل مراحل حل مسئله (تبدیل کارت‌های کارتونی به کارت‌های حیوان)			
متوسط درصد ایران	۷/۱	متوسط درصد بین‌المللی	۷
نسبت پاسخ‌های کد ۷۰ به کد ۱۰ در ایران	۱/۴	نسبت پاسخ‌های کد ۷۰ به کد ۱۰ در سطح بین‌المللی	۰/۴
کد ۱۲:۷۱ عدم درک روابط بین متغیرها در مسئله (تبدیل کارت‌های کارتونی به کارت‌های حیوان، سپس به کارت‌های ورزشی بدون تبدیل واحد)			
متوسط درصد ایران	۳/۲	متوسط درصد بین‌المللی	۹/۷
نسبت پاسخ‌های کد ۷۱ به کد ۱۰ در ایران	۰/۷	نسبت پاسخ‌های کد ۷۱ به کد ۱۰ در سطح بین‌المللی	۰/۴
کد ۲۴:۷۲ عدم درک روابط بین متغیرها در مسئله (تبدیل مستقیم کارت‌های کارتونی به ورزشی بدون در نظر گرفتن روابط این کارت‌ها با کارت‌های حیوان)			
متوسط درصد ایران	۵/۷	متوسط درصد بین‌المللی	۷/۸
نسبت پاسخ‌های کد ۷۲ به کد ۱۰ در ایران	۰/۸	نسبت پاسخ‌های کد ۷۲ به کد ۱۰ در سطح بین‌المللی	۰/۴

پس از این مرحله برای دریافت شواهد بیشتر و درک این مطلب که آیا این بدفهمی خاص دانش‌آموزان ایرانی است یا خیر، مشابهت‌ها و تفاوت‌های محتمل بدفهمی‌های دانش‌آموزان ایرانی و دانش‌آموزان در سطح بین‌المللی مورد بررسی قرار می‌گیرد. این مطالب از طریق تحلیل ثانویه و آمار توصیفی گردآوری شده‌اند. در این مرحله برای هر یک از موارد، درصد پاسخ‌گویی دانش‌آموزان و نسبت درصد پاسخ‌گویی دانش‌آموزان به هر کد، به درصد پاسخ‌گویی به گزینه یا کدهای صحیح محاسبه می‌شود. از این نسبت برای تعیین میزان شیوع بدفهمی در بین دانش‌آموزان استفاده می‌شود. میزان شیوع بدفهمی با عددی از ۰-۴ نمایش داده می‌شود. اگر این نسبت کوچک‌تر از ۰/۱ باشد، مورد خاص،

بدفهمی در نظر گرفته نمی‌شود. اگر این نسبت بیشتر از $1/10$ و کوچک‌تر از $4/10$ باشد، مورد خاص، بدفهمی با شدت شیوع ۱ در نظر گرفته می‌شود. اگر این نسبت بیشتر از $4/10$ و کوچک‌تر از $7/10$ باشد، مورد خاص، بدفهمی با شدت شیوع ۲ در نظر گرفته می‌شود. اگر این نسبت بیشتر از $7/10$ و کوچک‌تر از ۱ باشد، مورد خاص، بدفهمی با شدت شیوع ۳ و در حالتی که این نسبت بزرگ‌تر از ۱ باشد، میزان شیوع بدفهمی ۴ در نظر گرفته می‌شود. نتایج بررسی وضعیت پاسخ‌گویی دانش‌آموزان به سؤالات در آزمون‌های اجراشده، عملکرد دانش‌آموزان در جدولی با عنوان «عملکرد دانش‌آموزان در بدفهمی‌های پیش‌بینی شده در تیمز» در هندسه و اندازه‌گیری ارائه می‌شود. در این جداول، نوع بدفهمی، درجه (میزان شیوع) بدفهمی، کد و شماره سؤال در هر دوره آزمون تیمز ارائه می‌شود. با توجه به ماهیت سؤال و پاسخ‌های دانش‌آموزان و بدفهمی‌هایی که کدها و گزینه‌های مختلف شناسایی می‌کنند، یک سؤال، یا گزینه‌های آن ممکن است در چند جدول قرار گیرند.

در صورتی که یک بدفهمی در بیش از یک سؤال مورد ارزیابی قرار گرفته باشد، میان این اعداد گزارش داده می‌شود. این نتایج در جداولی با عنوان میانه عملکرد دانش‌آموزان در هندسه و اندازه‌گیری ارائه شدند. گرچه فاصله زیادی بین رویکرد آماری آزمون‌های روان‌سنجی (مانند تیمز) و رویکرد کیفی به ارزشیابی وجود دارد و به‌منظور درک بهتر وضعیت به‌کارگیری هر دو شیوه به همراه یکدیگر نتیجه بهتری به دست می‌دهد. تحلیل گزینه‌ها و پاسخ‌های متناظر با کدهای نادرست می‌تواند ایده اولیه برای انجام تحقیقات کیفی بعدی را در اختیار قرار دهد.

جامعه مورد بررسی، روش نمونه‌گیری و حجم نمونه

جامعه آماری: جامعه آماری در این پژوهش شامل کلیه دانش‌آموزان مشغول به تحصیل در کلاس چهارم دبستان در زمان اجرای آزمون‌های تیمز در سال‌های ۲۰۰۳، ۲۰۰۷ و ۲۰۱۱ در ایران است.
حجم نمونه: نمونه آماری مورد استفاده شامل دانش‌آموزان شرکت‌کننده در آزمون‌های تیمز در سال‌های ۲۰۰۳، ۲۰۰۷ و ۲۰۱۱ است.

روش نمونه‌گیری: در مطالعه تیمز از روش نمونه‌گیری خوشه‌ای طبقه‌ای چندمرحله‌ای برای انتخاب واحدهای نمونه‌گیری استفاده می‌شود. این طبقه‌بندی هم به صورت صریح و هم به صورت تلویحی است. در این طبقه‌بندی، پنج طبقه دخترانه دولتی، پسرانه دولتی، مختلط دولتی، دخترانه غیرانتفاعی و پسرانه غیرانتفاعی در نظر گرفته شده است. در طبقه‌بندی تلویحی استان‌های کشور در نظر گرفته می‌شوند (کبیری، ۱۳۹۰).

داده‌های مورد نیاز

داده‌های مورد نیاز در این پژوهش شامل کدهای اعطاشده به هر سؤال پاسخ‌ساز و گزینه‌های انتخاب‌شده در سؤالات چندگزینه‌ای است.

ابزار اندازه‌گیری


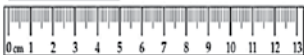
ابزار مورد استفاده در این پژوهش عبارت‌اند از:

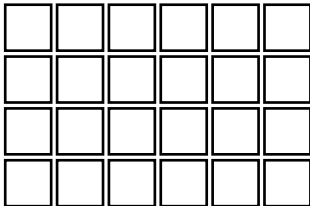
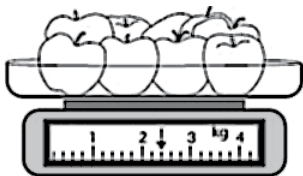
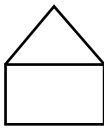
سؤالات چندگزینه‌ای و پاسخ‌ساز آزمون‌های تیمز ۲۰۰۳، ۲۰۰۷ و ۲۰۱۱. سؤال‌های پاسخ‌ساز در دو شکل کوتاه‌پاسخ و بلندپاسخ، سؤال‌هایی هستند که دانش‌آموزان برای پاسخ‌گویی به آن‌ها باید جواب را تولید کنند. بر اساس میزان پیچیدگی، سؤالات پاسخ‌ساز، ۱ یا ۲ امتیاز برای پاسخ‌های کاملاً درست، اختصاص داده می‌شود.

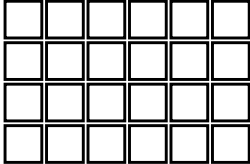
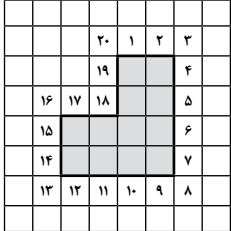
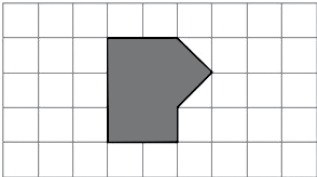
یافته‌های پژوهش

جدول‌های این بخش بدفهمی‌های شناسایی‌شده در تحقیقات جهانی در حوزه‌های مختلف را نشان می‌دهند.

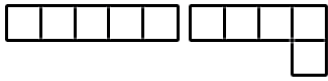
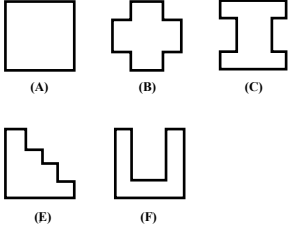

جدول شماره ۱. بدفهمی‌های اندازه‌گیری

ردیف	بدفهمی	توضیح بدفهمی	مثال	منبع
۱	عدم توجه به مبدأ اندازه‌گیری	دانش‌آموزان فقط به انتهای شیء نگاه می‌کنند که در کجای خط‌کش قرار گرفته است، بدون آنکه به نقطه صفر یا جایی که شیء از آن شروع شده است توجه کنند.	دانش‌آموزان طول مداد را ۸ واحد گزارش می‌کنند. 	کلمنتس ^{۱۹} (۱۹۹۹)
۲	اشتباه در تشخیص مبدأ اندازه‌گیری	دانش‌آموز ابتدای شیء مورد نظر را در سر خط‌کش قرار می‌دهد.	دانش‌آموزان طول مداد را $8\frac{2}{7}$ واحد گزارش می‌کنند. 	هدایت‌گر ریاضی ^{۲۰} (۲۰۰۶) اوترد ^{۲۱} (۲۰۰۳)
۳	شمارش خط نشان‌ها روی خط‌کش به‌عنوان طول	دانش‌آموزان، خط نشان‌های روی خط‌کش را می‌شمارند و طول را به‌عنوان مجموع فاصله بین نشان‌ها در نظر نمی‌گیرند. در این حالت یک خط اضافی وجود دارد و دانش‌آموزانی که چنین اشتباهی می‌کنند، اندازه طول را به‌عنوان تعداد بازه‌ها نفهمیده‌اند.	در این وضعیت، دانش‌آموز طول پاره‌خط داده‌شده را ۶ بیان می‌کند. 	هدایت‌گر ریاضی (۲۰۰۶) اوترد (۲۰۰۳)

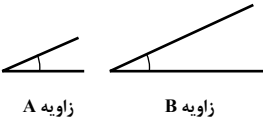


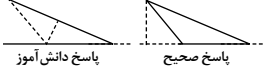
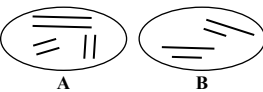
ردیف	بدفهمی	توضیح بدفهمی	مثال	منبع
۴	اشتباه گرفتن واحد طول با واحد سطح	دانش‌آموز در رسم اشکال هندسی به جای واحد طول از واحد سطح استفاده می‌کند.	وقتی از دانش‌آموز خواسته می‌شود یک مستطیل ۵×۴ رسم کند، به‌اشتباه یک مستطیل ۶×۴ رسم می‌کند	استروچنس، مارتین و کنی ^{۲۲} (۲۰۰۳)
				
۵	اشتباه در تشخیص و تفسیر مقیاس در اندازه‌گیری.	تجارب دانش‌آموزان با ابزار اندازه‌گیری معمولاً به‌گونه‌ای است که مقیاس اندازه‌گیری اغلب یکی‌یکی و به‌ندرت دو تا دو تا، یا چهار تا چهار تا افزایش می‌یابد. به این دلیل دانش‌آموزان در چنین وضعیت‌هایی، مقیاس اندازه‌گیری را تشخیص نمی‌دهند.	برخی از بچه‌ها، وزن سیب‌های روی ترازوی شکل زیر را $۲/۲$ کیلوگرم بیان می‌کنند.	رایان و ویلیامز ^{۲۳} (۲۰۰۷)
				
۶	عدم درک محیط در شکل‌های افراز شده و احتساب خط‌های داخلی در محاسبه محیط.	برخی از دانش‌آموزان به‌هنگام پیدا کردن محیط شکل‌های پیچیده (که به سطوح مختلف افراز شده‌اند)، طول اضلاع شکل‌های افراز شده را نیز جمع می‌کنند.	برای پیدا کردن محیط شکل زیر اندازه هر ۶ پاره‌خط را با هم جمع می‌کنند.	مرکز ملی تعالی تدریس ریاضی ^{۲۴} (NCETM)
				
۷	تعمیم فرمول مساحت مستطیل به محیط.	دانش‌آموز به دلیل عدم درک مفهومی از محیط، و معرفی فرمول‌ها، قبل از شکل‌گیری مفهوم، اندازه یک طول را با یک عرض جمع می‌کنند.		هدایت‌گر ریاضی (۲۰۰۶)

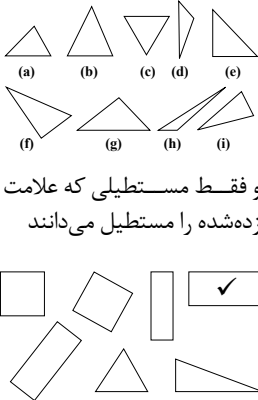
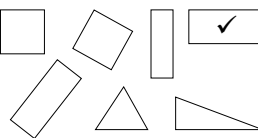
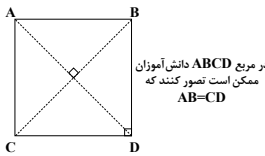
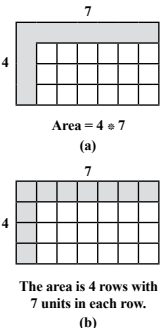
ردیف	بدفهمی	توضیح بدفهمی	مثال	منبع
۸	در نظر گرفتن اطلاعات قابل مشاهده	دانش‌آموز به دلیل عدم درک مفهومی از محیط، در صورتی که اندازه یک طول و یک عرض روی شکل مشخص شده باشند، اندازه یک طول را با یک عرض جمع می‌کند.		رایان و ویلیامز (۲۰۰۷)
۹	اشتباه گرفتن واحد طول با واحد سطح	دانش‌آموز در پیدا کردن محیط یک شکل به کمک صفحه شطرنجی، مربع‌هایی را که در راستای طول و عرض قرار دارند به عنوان واحد طول می‌شمارد.	دانش‌آموز محیط شکل زیر را ۱۶ بیان می‌کند 	استروچنس، مارتین و کنی (۲۰۰۳)
		دانش‌آموز در پیدا کردن محیط یک شکل به کمک صفحه شطرنجی، مربع‌هایی که در راستای طول و عرض در بیرون شکل قرار دارند را به عنوان واحد طول می‌شمارد.	دانش‌آموز محیط شکل زیر را ۱۶ بیان می‌کند. 	رایان و ویلیامز (۲۰۰۷)
۱۰	عدم توانایی اندازه‌گیری مساحت با استفاده از شمارش واحدهای مساحت در صورت وجود قسمت‌های مساحت کمتر از واحد.	در محاسبه مساحت شکل‌های نامنظم که نمی‌توان با مربع‌های واحد به‌طور کامل آن‌ها را پوشاند، قسمت‌های پوشیده نشده نادیده گرفته می‌شوند یا به‌طور کامل حساب می‌شوند. دانش‌آموز در این وضعیت ممکن است مساحت را ۸ یا ۶ بیان کند.	در محاسبه مساحت شکل زیر که قسمت‌هایی دارد که با مربع واحد پوشیده نشده‌اند، یا این قسمت‌ها نادیده گرفته می‌شوند یا به‌طور کامل حساب می‌شوند. دانش‌آموز در این وضعیت ممکن است مساحت را ۸ یا ۶ بیان کند. 	کورداکی و پوتاری ^{۲۵} (۱۹۹۸)

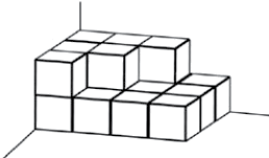

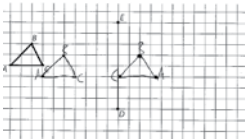
شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتوایی هندسه و اندازه‌گیری و مقایسه عملکرد آن‌ها با میانگین عملکرد در سطح بین‌المللی

ردیف	بدفهمی	توضیح بدفهمی	مثال	منبع
۱۱	فرض برابری محیط‌های دو شکل با مساحت‌های مساوی.	برخی از دانش‌آموزان فکر می‌کنند محیط اشکالی که مساحت برابر دارند با هم برابر است.	این دسته از بچه‌ها محیط دو شکل زیر را یک اندازه می‌دانند زیرا دو شکل مساحت‌های برابر دارند. 	هدایت‌گر ریاضی (۲۰۰۶)
۱۲	فرض برابری نسبت مساحت‌های دو شکل متشابه با نسبت اضلاع آن‌ها.	در این وضعیت، دانش‌آموز نسبت مساحت دو ناحیه را برابر با نسبت ابعاد آن دو ناحیه می‌داند. با این فرض اگر دانش‌آموز دو مربع ببیند که مساحت یکی دو برابر دیگری است، گمان می‌برد ضلع‌های مربع بزرگ‌تر نیز دو برابر ضلع‌های مربع کوچک‌تر است.	کدام چندضلعی دارای بیش‌ترین محیط است؟ 	کوردیکی و پوتاری (۱۹۹۸)
۱۳	اشتباه گرفتن محیط و مساحت با هم.	برخی از دانش‌آموزان دو مفهوم محیط و مساحت را نمی‌توانند به‌خوبی از هم تفکیک کنند و آن‌ها را به‌جای هم فرض می‌کنند.	در مورد محاسبه محیط (شکل زیر) ۲۱ درصد دانش‌آموزان پاسخ A را انتخاب کردند که مساحت شکل را به دست می‌دهد.	مارچیس (۲۰۰۸)
۱۴	اشتباه گرفتن عقربه کوچک و بزرگ در ساعت به‌جای هم.	برخی از دانش‌آموزان به‌هنگام خواندن زمان از روی شکل ساعت، عقربه بزرگ و عقربه کوچک را با یکدیگر اشتباه می‌گیرند.	این دسته از دانش‌آموزان، زمان نشان داده‌شده در شکل را ۱۵:۹ بیان کرده‌اند. 	رایان و ویلیامز (۲۰۰۷)

جدول شماره ۲: بدفهمی‌های هندسه

منبع	مثال	توضیح بدفهمی	بدفهمی	ردیف
له‌رر ^{۲۷} (۲۰۰۳)	زاویه B بزرگ‌تر از زاویه A در نظر گرفته می‌شود. 	دانش‌آموزان گمان می‌برند که طول اضلاع زاویه در اندازه زاویه مؤثر است و هر چه طول اضلاع زاویه بزرگ‌تر باشد، اندازه زاویه نیز بزرگ‌تر است.	عدم درک اندازه زاویه	۱
اشلاک ^{۲۸} (۲۰۰۶)	این دسته از دانش‌آموزان شکل‌های زیر را نیز مثلث در نظر می‌گیرند.  یا همه شکل‌های زیر را چندضلعی می‌دانند. 	برخی از دانش‌آموزان تعریف «چندضلعی ساده بسته» را به «منحنی ساده بسته» تعمیم می‌دهند.	بیش تعمیمی تعاریف هندسی	۲
اشلاک ^{۲۹} (۲۰۰۶) و هانسن ^{۲۹} (۲۰۱۱)	برخی از دانش‌آموزان فکر می‌کنند ارتفاع مثلث همواره داخل مثلث باید باشد.  و یا شرط برابری طول‌ها را در نمایش خطوط موازی در نظر می‌گیرند. برای مثال دانش‌آموزان شکل‌های مجموعه‌های A را به‌عنوان خطوط موازی تعیین می‌کنند ولی شکل‌های مجموعه B را به‌عنوان خطوط موازی قبول ندارند. 	برخی از دانش‌آموزان تعاریف را به حالت‌های خاص محدود می‌کنند برای مثال نمی‌توانند تصور کنند که ارتفاع مثلث در خارج از مثلث هم می‌تواند قرار بگیرد و یا یک ویژگی که نیازی به آن نیست را به آن نسبت می‌دهند.	بیش تخصصی تعاریف هندسی	۳

ردیف	بدفهمی	توضیح بدفهمی	مثال	منبع
۴	بدفهمی در نظر گرفتن یک «قالب نمونه» یا «شکل مرجع» یا درک مفاهیم هندسی فقط در یک وضعیت خاص	اگر یک شکل مانند مربع یا مثلث دوران داده شود، شکل جدید، مربع یا متوازی‌الاضلاع در نظر گرفته نمی‌شود.	<p>در شکل زیر مثلث‌های قائم‌الزاویه دوران یافته تشخیص داده نمی‌شوند</p>  <p>و فقط مستطیلی که علامت زده شده را مستطیل می‌دانند</p> 	<p>رایان و ویلیامز (۲۰۰۷)، بن هور^{۳۰}، (۲۰۰۶)، مارچیس (۲۰۰۸)، کلمنتس و باتیستا^{۳۱}، (۱۹۹۲)، می‌بری^{۳۲} (۱۹۸۳)</p>
۵	یکسان دانستن طول قطر و ضلع مربع.	برخی از دانش‌آموزان طول ضلع مربع و قطر مربع را هم‌اندازه می‌پندارند.	 <p>در مربع ABCD دانش‌آموزان ممکن است تصور کنند که $AB=CD$</p>	<p>اشلاک (۲۰۰۶)</p>
۶	عدم درک مفهوم مساحت به‌عنوان اندازه سطح	در آموزش مساحت، معلمین فرمول را جایگزین اندازه‌گیری با ابزارهای اندازه‌گیری می‌کنند و این امر مانع درک دانش‌آموزان از مفهوم و معنای واحد اندازه‌گیری و نقش آن می‌شود.	<p>در این وضعیت، گرچه دانش‌آموز از فرمول محاسبه مساحت به‌درستی استفاده می‌کند ولی بین اندازه سطح به‌عنوان پوشاندن سطح و اندازه سطح به‌عنوان حاصل ضرب طول و عرض ارتباط برقرار نمی‌کند.</p>  <p>Area = 4×7 (a)</p> <p>The area is 4 rows with 7 units in each row. (b)</p>	<p>لهرر (۲۰۰۳)</p>

منبع	مثال	توضیح بدفهمی	بدفهمی	ردیف
اوترد (۲۰۰۳)	دانش‌آموزان در شمارش مکعب‌های موجود، فقط مکعب‌های قابل مشاهده را می‌شمارند. 	وقتی دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که می‌توانند حجم را با جادهی مکعب‌های واحد به دست آورند، بسیاری از آن‌ها فقط مکعب‌های قابل مشاهده از یک زاویه خاص را می‌شمارند.	تجسم فضایی ضعیف و عدم تشخیص وجود قسمت‌هایی که در تصویر دیده نمی‌شوند	۷
هارت ^{۳۳} (۱۹۸۱)	دانش‌آموزان برای این شکل چهار خط تقارن در نظر می‌گیرند. 	دانش‌آموزان فکر می‌کنند که هر خطی که شکل را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند، لزوماً یک دو شکل متقارن نیز ایجاد می‌کند.	خط‌های نصف‌کننده شکل را خط تقارن در نظر می‌گیرد.	۸
	در شکل زیر خط رسم شده محور تقارن در نظر گرفته می‌شود. 	دانش‌آموز توجه نمی‌کند که محور تقارن باید کاملاً در وسط قرار گرفته باشد.	تشخیص نادرست محور تقارن	۹
NCETM	این دسته از دانش‌آموزان چون همه مربع‌ها چهار خط تقارن دارند، تصور می‌کنند که همه چهارضلعی‌ها چهار خط تقارن دارند.	این بدفهمی زمانی بروز می‌کند که دانش‌آموز به‌طور مداوم خطوط تقارن اشکال منتظم را بررسی می‌کند. این دسته از دانش‌آموزان نتیجه به‌دست‌آمده برای اشکال منتظم را برای تمام چندضلعی‌ها تعمیم می‌دهند (بیش تعمیمی)	تعداد خط‌های تقارن یک چندضلعی به‌اندازه تعداد اضلاع است.	۱۰

در جداول این بخش، بدفهمی‌هایی که آزمون تیمز شناسایی می‌کند به همراه شماره سؤال‌ها و شدت بروز بدفهمی در هر سؤال در دانش‌آموزان ایرانی شرکت‌کننده در آزمون و دانش‌آموزان در سطح بین‌المللی ارائه می‌شود. لازم به ذکر است که سؤالات چندگزینه‌ای و یا سؤال‌هایی که بیشتر از یک کد

شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتوایی هندسه و اندازه‌گیری و مقایسه عملکرد آن‌ها با میانگین عملکرد در سطح بین‌المللی

نادرست دارند، ممکن است چند بدفهمی را شناسایی کنند. بنابراین کد این سؤال‌ها ممکن است در چند مقوله مشاهده شود. شدت بروز بدفهمی در هر یک از این وضعیت‌ها بر مبنای درصد‌های مرتبط با همان گزینه یا کد نادرست گزارش می‌شود.

جدول شماره ۳. عملکرد دانش‌آموزان در هندسه و اندازه‌گیری

کد بلوک در ۲۰۱۱	کد بلوک در ۲۰۰۷	کد بلوک در ۲۰۰۳	شماره سؤال	درجه بدفهمی		نوع بدفهمی	بدفهمی
				در سطح بین‌المللی	در ایران		
۱۱M	۱۲M	-	۱۰	۱	۱	اشتباه در درک «عمود بر» و «عمود از»	نقطه، خط، زاویه
۰۳M	۰۶M	-	۷	۰	۰	عدم تشخیص انواع زاویه	
۰۵M	۰۹M	۱۱M	۱۰	۳	۳	عدم توانایی مقایسه زاویه‌ها	
۰۷M	۱۱M	۱۲M	۷	۴	۴	عدم توجه یا اشتباه در تشخیص مبدأ اندازه‌گیری	
۱۳M	۱۴M	-	۹	۲	۲		
۰۸M	-	-	۱۰	۲	۲		
۰۷M	۱۱M	۱۲M	۷	۱	۳	در نظر نگرفتن انحناها در اندازه‌گیری طول	
۱۳M	۱۴M	-	۹	۱	۱		
-	۰۴M	-	۱۰	۴	۴	اشتباه در تشخیص و تفسیر و به‌کارگیری مقیاس اندازه‌گیری	
-	-	۰۱M	۹	۳	۴		
۱۳M	۱۴M	-	۸	۳	۴		
-	۰۷M	۰۸M	۹	۲	۲		
۰۵M	۰۹M	۱۱M	۷	۳	۴		
-	۰۷M	۰۸M	۷	۴	۴		

شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتوایی هندسه و اندازه‌گیری و مقایسه عملکرد آن‌ها با میانگین عملکرد در سطح بین‌المللی

کد بلوک در ۲۰۱۱	کد بلوک در ۲۰۰۷	کد بلوک در ۲۰۰۳	شماره سؤال	درجه بدفهمی		نوع بدفهمی	بدفهمی
				در سطح بین‌المللی	در ایران		
۰۴M	-	-	۴	۳	۴	عدم درک محیط در شکل‌های افراز شده	اندازه‌گیری محیط و مساحت
۰۵M	۰۹M	۱۱M	۸	۲	۲	شمارش کامل / عدم شمارش قسمت‌هایی از سطح در صفحه	
۰۹M	۰۸M	-	۱۱	۲	۲	شظرنجی که واحد کامل نیستند	
۱۱M	۱۲M	-	۹	۴	۴		
۱۲M	-	-	۱۰	۲	۲		
۱۳M	۱۴M	-	۸	۲	۴	اشتباه گرفتن محیط و مساحت با هم	
-	۰۲M	-	۷	۱	۱		
-	-	۰۳M	۹	۳	۴		
۰۹M	۰۸M	-	۱۱	۲	۳		
۱۱M	۱۲M	-	۹	۱	۲		
۱۲M	-	-	۱۰	۳	۳	به کارگیری فرمول اشتباه در محاسبه محیط یا مساحت	
-	۰۲M	-	۷	۱	۲		
-	۰۴M	-	۸	۱	۲		
-	-	۰۳M	۹	۱	۲		
۱۳M	۱۴M	-	۹	۲	۲		اشتباه در تشخیص و به کارگیری واحد اندازه‌گیری
-	-	۱۰M	۷	۲	۴	عدم تشخیص واحد	
-	۰۴M	-	۸	۳	۴		
۰۳M	۰۶M	-	۷	۲	۲		اشکال دو بعدی
۰۲M	-	-	۹	۲	۲	داشتن «قالب نمونه» یا «شکل مرجع» و یا «درک مفاهیم فقط در یک» وضعیت خاص	
۱۳M	۱۴M	-	۱۰	۲	۴		
-	۰۳M	۰۶M	۷	۱	۲		

شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتوایی هندسه و اندازه‌گیری و مقایسه عملکرد آن‌ها با میانگین عملکرد در سطح بین‌المللی

کد بلوک در ۲۰۱۱	کد بلوک در ۲۰۰۷	کد بلوک در ۲۰۰۳	شماره سؤال	درجه بدفهمی		نوع بدفهمی	بدفهمی
				در سطح بین‌المللی	در ایران		
۰۱M	۱۳M	۱۴M	۶	۱	۳	عدم درک ویژگی‌های اشکال سه بعدی	اشکال سه بعدی
۰۶M	۱۰M	-	۹	۴	۴		
۱۴M	-	-	۷	۱	۲		
-	-	۰۳M	۲	۲	۴	عدم تشخیص اجزای غیرقابل مشاهده در نمایش یک شکل سه بعدی	
۰۳M	۰۶M	-	۹	۲	۴		
۱۰M	-	-	۹	۲	۴		
۱۱M	۱۲M	-	۸	۴	۴		
۱۳M	۱۴M	-	۷	۲	۴		
۱۴M	-	-	۷	۱	۳		
۱۲M	-	-	۲	۳	۴	عدم توانایی تشخیص نماهای یک شکل سه بعدی	
۰۸M	-	-	۲	۲	۴	عدم توانایی بازنمایی دو بعدی از یک شکل سه بعدی یا برعکس	
۰۶M	۱۰M	-	۱۰	۴	۴		
۰۹M	۰۸M	-	۱۰	۲	۲		
۱۴M	-	-	۸	۴	۴		
-	۰۷M	۰۸M	۱۱	۳	۴		
۰۱M	۱۳M	۱۴M	۶	۱	۲	اشتباه گرفتن تقارن با دوران یا انتقال	تبدیلات در صفحه
-	۰۲M	-	۹	۳	۴		
۰۲M	-	-	۹	۳	۲	تقارن به‌عنوان نصف کردن اشکال هندسی	
۰۷M	۱۱M	۱۲M	۱۱	۲	۲		
۱۰M	-	-	۷	۲	۲		
-	-	۰۴M	۶	۱	۱	تقارن به‌عنوان کامل کردن اشکال هندسی	
۰۷M	۱۱M	۱۲M	۱۱	۲	۲	محور تقارن به‌عنوان قطر	
۰۵M	۰۹M	۱۱M	۱۰	۲	۴	عدم درک جهات (چپ و راست)	هندسه مختصاتی
۰۷M	۱۱M	۱۲M	۱۰	۲	۳		
۰۲M	-	-	My	۲	۴	عدم تشخیص نقطه در صفحه	

شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتوایی هندسه و اندازه‌گیری و مقایسه عملکرد آن‌ها با میانگین عملکرد در سطح بین‌المللی

جدول شماره ۴. میانۀ عملکرد دانش‌آموزان در هندسه و اندازه‌گیری

میانۀ درجه بدفهمی		نوع بدفهمی	بدفهمی
در سطح بین‌المللی	در ایران		
۱	۱	اشتباه در درک «عمود بر» و «عمود از»	نقطه، خط، زاویه
۰	۰	عدم تشخیص انواع زاویه	
۳	۳	عدم توانایی مقایسه زاویه‌ها	
۲	۲	عدم توجه یا اشتباه در تشخیص مبدأ اندازه‌گیری	
۱	۲	در نظر نگرفتن انحناها در اندازه‌گیری طول	
۳	۴	اشتباه در تشخیص و تفسیر و به‌کارگیری مقیاس اندازه‌گیری	
۳	۴	عدم درک محیط در شکل‌های افراز شده	اندازه‌گیری محیط و مساحت
۲	۲	شمارش کامل / عدم شمارش قسمت‌هایی از سطح در صفحه شطرنجی که واحد کامل نیستند	
۲	۳	اشتباه گرفتن محیط و مساحت با هم	
۲	۳	به‌کارگیری فرمول اشتباه در محاسبه محیط یا مساحت	
۲	۴	عدم تشخیص واحد	اشتباه در تشخیص و به‌کارگیری واحد اندازه‌گیری
۲	۲	داشتن «قالب نمونه» یا «شکل مرجع» و یا «درک مفاهیم فقط در یک» وضعیت خاص	اشکال دو بعدی
۱/۵	۳/۵	عدم درک ویژگی‌های اشکال سه بعدی	اشکال سه بعدی
۲	۴	عدم تشخیص اجزای غیرقابل مشاهده در نمایش یک شکل سه بعدی	
۳	۴	عدم توانایی تشخیص نماهای یک شکل سه بعدی	
۳	۴	عدم توانایی بازنمایی دو بعدی از یک شکل سه بعدی یا برعکس	
۲	۳	اشتباه گرفتن تقارن با دوران یا انتقال	تبدیلات در صفحه
۲	۲	تقارن به‌عنوان نصف کردن اشکال هندسی	
۱	۱	تقارن به‌عنوان کامل کردن اشکال هندسی	
۲	۲	محور تقارن به‌عنوان قطر	
۲	۳/۵	عدم درک جهات (چپ و راست)	هندسه مختصاتی
۲	۴	عدم تشخیص نقطه در صفحه	

■ بحث و نتیجه‌گیری ■

همان‌گونه که اشاره شد، تحقیقات نشان می‌دهد که بدفهمی‌ها مانعی برای یادگیری‌های جدید محسوب می‌شوند زیرا سبب می‌شوند دانش‌آموزان تفسیری نادقیق از مفهوم جدید پیدا کنند. نتایج پژوهش نشان داد که دانش‌آموزان پایه چهارم در ایران با بدفهمی‌های بسیاری در حوزه‌های موضوعی و فرایندی ریاضی روبه‌رو هستند. البته این بدفهمی‌ها خاص دانش‌آموزان ایرانی نمی‌باشند؛ بلکه مشکل دانش‌آموزان در یک گروه سنی است که در یادگیری یک مفهوم جدید با آن روبه‌رو می‌شوند. با این حال در بسیاری از موارد شدت شیوع بدفهمی در دانش‌آموزان ایرانی بیش‌تر است. بروز این بدفهمی‌ها دلایل متفاوتی می‌تواند داشته باشد. نتایج به‌دست‌آمده بر مبنای پژوهش به شرح زیر می‌باشد:

سؤال‌های ۳ و ۴: بدفهمی‌های دانش‌آموزان دوره ابتدایی ایران در هندسه و اندازه‌گیری

چیستند؟

مشابهت‌ها و تفاوت‌های بین بدفهمی‌های دانش‌آموزان ایرانی و دانش‌آموزان دیگر کشورهای شرکت‌کننده در تیمز کدامند؟

ستون‌های ۳ و ۴ در جدول ۳، شدت وجود بدفهمی در دانش‌آموزان دو گروه را نشان می‌دهند. با توجه به این امر که برخی بدفهمی‌ها در بیش از یک سؤال و در بیش از یک دوره از آزمون‌های تیمز شناسایی شد، جدول ۴ به نمایش میانه این بدفهمی‌ها اختصاص دارد. در زیر به بیان برخی نمونه‌ها پرداخته می‌شود.

حوزه موضوعی اندازه‌گیری: در این بخش بیش‌ترین مشکل دانش‌آموزان در تشخیص، تفسیر و به‌کارگیری مقیاس در اندازه‌گیری است. بررسی ۵ سؤال در سه دوره برگزاری تیمز نشان می‌دهد میانگین میزان شیوع بدفهمی در این مفهوم در دانش‌آموزان ایرانی ۴ و در دانش‌آموزان دیگر ۳ است.

تشخیص، و به‌کارگیری واحد اندازه‌گیری از دیگر مشکلات دانش‌آموزان در این پایه است. میانگین میزان شیوع بدفهمی در این مفهوم در دانش‌آموزان ایرانی ۴ و در گروه دیگر ۲ است. بررسی ۴ سؤال در سه دوره برگزاری تیمز نشان می‌دهد که بدفهمی دانش‌آموزان ایرانی در این مفهوم ۲ برابر دانش‌آموزان گروه دیگر است.

در اندازه‌گیری محیط و مساحت بیش‌ترین مشکل درک محیط به‌عنوان مساحت و برعکس، و به‌کارگیری نادرست فرمول محاسبه محیط و مساحت دیده می‌شود. بررسی ۴ سؤال در سه دوره برگزاری تیمز نشان می‌دهد که میانگین میزان شیوع بدفهمی در این مفهوم در دانش‌آموزان ایرانی ۳ و در گروه دیگر ۲/۲۵ است.

در مقایسه زاویه‌ها میانگین میزان شیوع بدفهمی هم در دانش‌آموزان ایرانی و هم در

گروه دیگر ۳ است که نشانگر وجود مشکل به‌طور یکسان است.

حوزه موضوعی هندسه: اشکال سه بعدی مفهومی است که در این حوزه با بیش‌ترین مشکل روبه‌رو است. دانش‌آموزان در نمایش دو بعدی اشکال سه‌بعدی، بازنمایی اشکال سه‌بعدی با داشتن نمایش دو بعدی آن‌ها و تشخیص اجزای اشکال سه‌بعدی با مشکل روبه‌رو هستند. در تشخیص اجزای اشکال سه‌بعدی فقط به اجزای قابل مشاهده توجه می‌کنند. میانگین میزان شیوع بدفهمی در این مفهوم در دانش‌آموزان ایرانی ۳/۸۸ و در گروه دیگر ۲/۳۸ است. بررسی ۵ سؤال در سه دوره برگزاری تیمز نشان می‌دهد این مشکل در ایران ۱/۶ برابر بیش‌تر از خارج از ایران به چشم می‌خورد. این فاصله عملکرد بیش‌تر در تشخیص اجزای غیرقابل مشاهده دیده می‌شود.

در هندسه مختصاتی تشخیص جهات و موقعیت نقطه در صفحه از مشکلاتی است که دانش‌آموزان در این پایه با آن روبه‌رو هستند. میانگین میزان شیوع بدفهمی در این مفهوم در دانش‌آموزان ایرانی ۳/۷۵ و در گروه دیگر ۲ است. بررسی ۴ سؤال در سه دوره برگزاری تیمز نشان می‌دهد میزان بدفهمی دانش‌آموزان ایرانی ۱/۸۸ برابر بیش‌تر از دانش‌آموزان دیگر است.

محدودیت‌های پژوهش

در بررسی بدفهمی‌های مورد توجه در سؤال‌های تیمز، گزینه‌ها و کدهای نادرست به شیوه تفسیر متنی توسط پژوهشگران تحلیل شد. در گزارش‌ها و مستندات انجمن بین‌المللی ارزشیابی پیشرفت تحصیلی^{۳۳} IEA در دوره‌های گذشته طراحی سؤال‌های آزمون‌ها، مستندی یافت نشد تا از هدف طراحان از انتخاب این گزینه‌های نادرست آگاهی حاصل شود. کدهای ۷۰ تا ۷۲ بدفهمی‌های رایج در بین دانش‌آموزان (از نگاه طراحان سؤال) را مورد بررسی قرار می‌دهند؛ ولی بسیاری از بدفهمی‌ها در آن دسته از پاسخ‌های دانش‌آموزان که کد ۷۹ دریافت کرده‌اند، قابل شناسایی است. اما از این جهت که با بررسی صرف داده‌های کمی نمی‌توان این دسته از پاسخ‌ها را دسته‌بندی کرد، بررسی آن‌ها مغفول واقع شد. از دیگر محدودیت‌هایی که می‌توان به آن اشاره داشت، عدم دسترسی به دانش‌آموزان و معلمان آن‌ها برای مصاحبه با آن‌ها جهت درک بهتر وضعیت است.

پیشنهادها

هدف این پژوهش صرفاً تبیین وضعیت موجود بود. با عنایت به اینکه ریشه‌ها و علل شکل‌گیری این بدفهمی‌ها مورد بررسی قرار نگرفته است، پیشنهاد می‌شود به‌منظور ریشه‌یابی و در نتیجه ارائه راهکار برای برطرف کردن بدفهمی‌ها در دانش‌آموزان ایرانی، نقش عوامل دیگر از جمله کتاب‌های درسی، معلم، مدرسه، عوامل اقتصادی - اجتماعی و همچنین دوزبانه بودن دانش‌آموزان مورد بررسی قرار گیرد

منابع

- کبیری، مسعود. (۱۳۹۰). بررسی میزان هماهنگی بین برنامه‌های مصوب، اجراشده و کسب‌شده در درس علوم پایه سوم راهنمایی بر اساس تیمز ۲۰۰۷، (طرح پژوهشی). تهران: پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش.
- عبدالعظیم، کریمی. (۱۳۸۷). مجموعه سؤالات‌های علوم و ریاضیات تیمز، مرکز ملی مطالعات بین‌المللی تیمز و پرلز. تهران: پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش.
- Ashlock, R. (2006). *Error Patterns in Computation, Using Error Patterns to improve instruction* (Ninth Ed). Upper Saddle River, NJ: Pearson, Merrill Prentice Hall.
- Ben-Hur, M. (2006). *Concept- Rich MathemTics Instruction: Building strong foundation for reasoning and problem solving. Association for supervision and curriculum development*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development (ASCD).
- Clements, D. H. (1999). Teaching length measurement: Research challenges. *School Science and Mathematics*, 99(1), 5-11.
- Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In: D. A. Grouws(Ed.), *Handbook on mathematics teaching and learning* (pp. 420-464). New York: Macmillan.
- Graeber, A., & Johnson, M. (1991). *Insights into Secondary School Students' Understanding of Mathematics*. College Park, University of Maryland.
- Hart, K.M. (1981). *Students' Understanding of Mathematics: 11-16*. London: John Murray.
- Hansen, A. (2011). *Children's Errors in Mathematics: Understanding Common Misconceptions in Primary Schools* (2nd Edition). Learning Matters, Exeter.
- Kordaki, M., & Potari, D. (1998). Children's approaches to area measurement through different contexts. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(3), 303-316.
- Kutluay, Y. (2005). *Diagnosis of Eleventh Grade Students' Misconceptions about Geometric Optic by a Tree-Tier Test* (Thesis submitted). Graduate School of Natural and Applied Science of Middle East Technical university.
- Lehrer, R., Jaslow, L., & Curtis, C. L. (2003). Developing an understanding of measurement in the elementary grades. In D. H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement* (pp. 100-122). Reston: NCTM.
- Marchiş, I. (2008). Geometry in primary school Mathematics, *Educația*, 6(2), 131-139.
- Masters J., Chapman L. (2011). *Measuring Geometric Measurement Ability and Misconception with a Single Scale*, Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association. New Orleans, LA.
- *Mathematics Navigator, A Sample of Mathematics Misconceptions and Errors (Grades 2 - 8)*. (2006). America's choice.
- Mayberry, J. (1983). *An investigation of the van Hiele levels of geometric thought in undergraduate preservice teachers* (Unpublished doctoral dissertation). University of Georgia, Athens, GA.
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics (NCETM) . (2015). *Misconceptions with key objectives*. Retrieved in April 2015 from <https://www.ncetm.org.uk/public/files/2042723/Misconceptions+with+the+Key+Objectives2.doc>
- Olivier, A. (1989). Handling pupils' misconceptions, Thirteenth National Convention on Mathematics, Physical Science and Biology Education. Pertia, 3-7 July 1989.
- Outhred, L., Mitchelmore, M., McPhail, D., & Gould, P. (2003). Count me into measurement: A program for the early elementary school. In D. H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement*

شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتوایی هندسه و اندازه‌گیری و مقایسه عملکرد آن‌ها با میانگین عملکرد در سطح بین‌المللی

(pp. 81-99). Reston: NCTM.

- Ryan, J. & Williams, J. (2007). *Children's mathematics 4-15: learning from errors and misconceptions*. Open University Press.
- Strutchens, M. E., Martin, W. G., & Kenney, P. A. (2003). What students know about measurement: Perspectives from the NAEP. In D. H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement* (pp. 197-208). Reston: NCTM.

پی‌نوشت‌ها

1. Strike
2. Olivier
3. Resnick, Mastre
4. Chapman & Masters
5. Ben - Hur
6. Objective logic
7. Psycho - logic
8. preconceptions
9. Primitive alternative framework
10. Naïve intuitive ideas
11. conceptualizing
12. overgeneralization
13. undergeneralization
14. Klammer
15. Kutluay
16. Graeber and Johnson
17. Wylie and Ciofalo
18. Trends in International Mathematics and Science Study
19. Clements
20. Mathematics Navigator
21. Outhred
22. Strutchens, Martin & Kenney
23. Ryan & Williams
24. National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics
25. Kordaki, M., & Potari
26. Marchiş
27. Lehrer
28. Ashlock
29. Hansen
30. Ben-Hur
31. Battista
32. Mayberry
33. Hart
34. International Association for the Evaluation of Educational Achievement